

Kertaustehtävät

1. a) Kvantin energia on

$$E = hf = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 0,30 \cdot 10^{12} \text{ Hz} \approx 1,2 \text{ meV}.$$

2. a) Valosähköisessä ilmiössä osa valon energiasta kuluu fotoelektronien irrotustyöhön metallista. Loppuosa energiasta jää elektronin liike-energiaksi. Irrotustyö koboltista on $W_0 = 4,97 \text{ eV}$. Rajatilanteessa elektroni irtoaa, mutta ei saa liike-energiaa eli kvantin energia kuluu kokonaan irrotustyöhön:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = W_0. \text{ Säteilyn suurin mahdollinen aallonpituus on}$$

$$\lambda = \frac{hc}{W_0} = \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4,97 \text{ eV}} \approx 250 \text{ nm}.$$

3. b) Sähkökenttä tekee työtä ja antaa elektroneille liike-energian $E = qU = eU = \frac{1}{2}mv^2$.

Kerrotaan yhtälö puolittain termillä $2m$, jolloin saadaan $2meU = (mv)^2$. Kun yhtälöstä otetaan puolittain neliöjuuri, saadaan elektronin liikemääräksi $p = mv = \sqrt{2meU}$. Mikroskoopin erotuskyvyn määrää elektronisuihkun de Broglie aallonpituus

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meU}}.$$

Ratkaistaan tästä kiihdytysjännite:

$$\lambda^2 = \frac{h^2}{2meU} U = \frac{h^2}{2me\lambda^2} = \frac{(6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js})^2}{2 \cdot 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot (10^{-10} \text{ m})^2} \approx 150 \text{ V}.$$

4. c) Vetyatomin energiatilat saadaan yhtälöstä $E = \frac{-13,6 \text{ eV}}{n^2}$.

Perustilan energia on $E_1 = -13,6 \text{ eV}$ ja viritystilan $n = 3$ energia

$$E_3 = \frac{-13,6 \text{ eV}}{3^2} = -1,51 \text{ eV}.$$

Viritystilan purkautuessa emittoituu kvantti, jonka energia on

$E = hf = E_3 - E_1 = -1,51 \text{ eV} - (-13,6 \text{ eV}) = 12,09 \text{ eV}$. Fotonin taajuus on

$$f = \frac{E}{h} = \frac{12,09 \text{ eV}}{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}} \approx 2,9 \text{ PHz}.$$

5. b) Kun vetyatomi siirtyy tilasta m tilaan n ($m > n$), saadaan emittoituvan fotonin

aallonpituus yhtälöstä $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$, missä R_H on Rydbergin vakio. Bracketin

spektrisarja syntyy, kun vetyatomin siirtymät tapahtuvat energiatasolle $n = 4$, joten

$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{m^2} \right)$. Aallonpituus on suurin silloin, kun $\frac{1}{\lambda}$ on pienin, eli kun $\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{m^2} \right)$

on pienin. Tämä tapahtuu, kun $m = 5$ eli kun atomi siirtyy energiatasolta 5 energiatasolle 4 (Huom. $m > 4$). Tätä siirtymää vastaava aallonpituus on

$$\lambda = \frac{1}{R_H \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2} \right)} = \frac{1}{\left(1,0973731 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}} \right) \cdot \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2} \right)} \approx 4,1 \mu\text{m}.$$

6. c) Siirtymää K_β vastaava energia on yhtä suuri kuin siirtymiä K_α ja L_α vastaavat energiat yhteensä: $E_{K_\beta} = E_{K_\alpha} + E_{L_\alpha}$. Sijoittamalla tähän kvantin energian yhtälö

$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$ saadaan $\frac{hc}{\lambda_{K_\beta}} = \frac{hc}{\lambda_{K_\alpha}} + \frac{hc}{\lambda_{L_\alpha}}$ ja edelleen

$$\frac{1}{\lambda_{L_\alpha}} = \frac{1}{\lambda_{K_\beta}} - \frac{1}{\lambda_{K_\alpha}} = \frac{1}{139 \text{ pm}} - \frac{1}{154 \text{ pm}} = 0,000700738 \frac{1}{\text{pm}}.$$

L_α -säteilyn aallonpituus on $\lambda_{L_\alpha} \approx 1,43 \text{ nm}$.

7. b) Rautaytimen ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ massavaje on

$$\begin{aligned} \Delta m &= Zm_p + Nm_n + Zm_e - m \\ &= 26 \cdot 1,0072765 \text{ u} + 30 \cdot 1,0086650 \text{ u} + 26 \cdot 5,4857990 \cdot 10^{-4} \text{ u} - 55,93494 \text{ u} \\ &= 0,52846308 \text{ u} \end{aligned}$$

8. b) Rautaytimen ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ massavajeeksi saatiin edellisessä tehtävässä

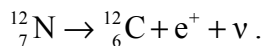
$\Delta m = 0,52846308 \text{ u}$. Massavajetta vastaava energia on

$$\begin{aligned} E_B &= \Delta mc^2 = 0,52846308 \text{ u} \cdot c^2 = 0,52846308 \cdot 931,49432 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cdot c^2 \\ &= 492,26035735 \text{ MeV} \end{aligned}$$

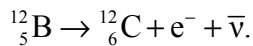
Sidososuus eli sidosenergia nukleonia kohti on

$$b = \frac{E_B}{A} = \frac{492,26035735 \text{ MeV}}{56} \approx 8,8 \text{ MeV}.$$

9. 2) β^+ -hajoamisessa protoni muuttuu neutroniksi ja samalla emittoituu positroni ja neutriino: ${}^1_1\text{p} \rightarrow {}^1_0\text{n} + {}^0_1\text{e}^+ + \nu$. Hajoamisreaktio on



β^- -hajoamisessa neutroni muuttuu protoniksi, samalla elektroni ja antineutriino emittoituvat: ${}^1_0\text{n} \rightarrow {}^1_1\text{p} + {}^0_{-1}\text{e}^- + \bar{\nu}$. Hajoamisreaktio on



10. b) Lasketaan matkavaimennuskerroin μ lähtien vaimennuslaista

$$I = I_0 e^{-\mu x}.$$

Jaetaan yhtälön molemmat puolet I_0 : lla

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu x} \text{ ja otetaan logaritmi yhtälön kummastakin puolesta}$$

$$\ln \frac{I}{I_0} = \ln e^{-\mu x}. \text{ Logaritmin laskusääntöjen mukaan yhtälö voidaan kirjoittaa muotoon}$$

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\mu x \ln e \text{ ja edelleen } \ln \frac{I}{I_0} = -\mu x.$$

Matkavaimennuskerroin on

$$\mu = -\frac{\ln \frac{I}{I_0}}{x} = -\frac{\ln \frac{\frac{1}{2} I_0}{I_0}}{0,0900 \text{ m}} = -\frac{\ln \frac{1}{2}}{0,0900 \text{ m}} \approx 7,7 \frac{1}{\text{m}}.$$

11. a) Sähkömagneettisen säteilyn kvanttiluonnetta tukevat mm. valosähköilmiö, Comptonin ilmiö, mustan kappaleen spektri sekä atomien viivaspektrit sekä jarrutussäteily. Valosähköisessä ilmiössä kvantin energia kuluu fotoelektronin irrottamiseen. Comptonin sironnassa elektroni saa osan kvantin energiasta. Musta kappale lähettää säteilyä kvantteina. Emissiospektrien viivasarjat syntyvät emittoituneiden kvanttien aallonpituuksien mukaan. Röntgenputken anodiin törmätessään elektronien energia muuttuu kokonaan tai osittain kvantin energiaksi (jarrutussäteily).

b) Kvantin energia on

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{0,154 \text{ nm}} \approx 8,05 \text{ keV}.$$

Kvantin liikemäärä on

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{0,154 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 4,30 \cdot 10^{-24} \text{ kgm/s}.$$

12. Fotonin energia on $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$. 60 W lamppu lähettää joka sekunti fotoneita, joiden energia on yhteensä 60 J. Fotonien lukumäärä sekunnissa on

$$n = \frac{60 \text{ J}}{E} = \frac{60 \text{ J}}{\frac{hc}{\lambda}} = \frac{60 \text{ J} \cdot \lambda}{hc} = \frac{60 \text{ J} \cdot 540 \text{ nm}}{6,262 \cdot 10^{-34} \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 1,6 \cdot 10^{20}.$$

13. a) Katodisädeputkessa hehkukatodilta irtoavat elektronit kiihdytetään sähkökentässä jännitteellä. Kun elektronit törmäävät anodiin, ne jarruuntuvat nopeasti ja syntyy näkymätöntä, läpitunkevaa röntgensäteilyä. Röntgensäteily on lyhytaaltoista sähkömagneettista säteilyä. Katso tarkemmin röntgenputken rakenteesta oppikirjasta sivulta 27.

b) Rutherford pommitti ohutta kultakalvoa alfahiukkasilla ja tutki eri suuntiin sironneiden alfahiukkasten lukumäärää filmin avulla. Suurin osa hiukkasista läpäisi kultakalvon suoraan, mutta osa kuitenkin muutti suuntaansa ja sirosi ”vinoon”, osa jopa takaisin alkuperäiseen tulosuuntaansa. Sironna johtui pienikokoisesta atomiytimeistä. Rutherford päätteli, että suurin osa atomista on ”tyhjää”. Atomin massa on keskittynyt sen ytimeen. Katso lisää oppikirjasta sivulta 45.

14. a) Röntgensäteilyn spektri koostuu jatkuvasta osasta ja diskreeteistä piikeistä. Jarrutussäteilyn jatkuva spektri syntyy, kun röntgenputken sähkökentän avulla kiihdytetyt elektronit jarruuntuvat törmätessään anodin pintaan. Elektronien erilaiset nopeudet aiheuttavat röntgensäteilyn eri aallonpituuksia.

Piikit liittyvät anodimateriaalin ominaissäteilyyn (karakteristiseen säteilyyn). Törmäyksessä elektronit virittävät anodin atomeja. Näiden viritystilojen purkautumisessa emittoituu fotoneja, joiden aallonpituus ilmenee spektrikuvaajasta.

b) Röntgen- ja gammasäteily ovat molemmat ionisoivaa sähkömagneettista säteilyä. Niiden aallonpituusalue on osittain sama (gammasäteilyllä kertaluokkaa $10^{-9} - 10^{-13}$ m, röntgensäteilyllä kertaluokkaa $10^{-7} - 10^{-12}$ m). Säteilylajien synty tapa on kuitenkin täysin erilainen. Röntgensäteilyä syntyy varauksellisen hiukkasen kiihdytyksen tai jarrutuksen yhteydessä tai elektronien siirtyessä elektroniverhon ylemmältä tilalta alemmalle, kun tilojen energiaero on tarpeeksi suuri. Gammasäteilyä syntyy atomiytimen siirtyessä korkeammasta energiatilasta (viritystilasta) alempaan energiatilaan, eli alempaan viritystilaan tai perustilaan.

15. a) Kuvion perusteella spektrin ensimmäisen piikin taajuus on $1,4 \cdot 10^{18}$ Hz ja sitä vastaava energia

$$E_1 = hf_1 = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 1,4 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 5,8 \text{ keV}.$$

Toisen piikin taajuutta $1,6 \cdot 10^{18}$ Hz vastaava energia on

$$E_2 = hf_2 = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 1,6 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 6,6 \text{ keV}.$$

Koska ensimmäistä piikkiä vastaava energia 5,8 keV on lähellä taulukossa olevaa mangaanin arvoa, kyseessä on todennäköisesti mangaanin isotooppi.

b) Hajoamisreaktiossa syntyvä mangaaniydin ei jää viritystilaan. Siksi gammasäteilyä ei synny.

c) Kysymyksessä on elektronisieppaus. Elektronisieppauksessa ydin sieppaa elektronin sisimmältä eli K-kuorelta. Tällöin ytimen protoniluku Z pienenee yhdellä. Taulukkokirjan mukaan mangaanin protoniluku on 25. Lähtöytimen protoniluvun on oltava 26. Lähtöydin on siis raudan isotooppi.

16. Röntgensäteilyä käytetään mm.

- röntgenkuvauksissa
- syövän sädehoidossa
- sairaalatarvikkeiden steriloinnissa
- aineen kiderakenteen tutkimuksessa (röntgendiffraktio)
- rakennevirheiden, hiusmurtumien ja hitsaussaumojen tutkimisessa
- paperin ja selluloosan paksuusmittauksessa
- taulujen aitouden selvittämisessä (PIXE-menetelmä)
- avaruustutkimuksessa.

Lue lisää oppikirjasta s. 33.

17. a) Taajuuden pienentäminen alentaa metallipinnasta irtoavien fotoelektronien liike-energian arvoa. Jos taajuus alenee rajataajuutta f_0 pienemmäksi, valosähköistä ilmiötä ei tapahdu enää ollenkaan.

b) Säteilyn intensiteetti ei vaikuta fotoelektronien liike-energiaan, vaan irtoavien elektronien lukumäärään. Säteilyn intensiteetin suurentaminen siis irrottaa useampia elektroneja.

c) Kuparin irrotustyö on suurempi kuin sinkin. Jos sähkömagneettisen säteilyn taajuus pidetään vakiona (ja se on rajataajuutta suurempi), kuparista irtoavat elektronit saavat pienemmän liike-energian kuin sinkistä irtoavat.

18.a) Säteilykvantin energia on $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$. Valosähköisessä ilmiössä säteilykvantin energia kuluu irrotustyöksi ja antaa irronneille elektroneille liike-energian:

$E = W_0 + E_{\text{kin}}$. Rajatapauksessa kvantin koko energia kuluu irrotustyöhön, joten

$E_{\text{kin}} = 0$ ja $E = W_0$. Sijoitetaan tähän kvantin energian lauseke, jolloin saadaan $\frac{hc}{\lambda} = W_0$.

Säteilyn aallonpituus on

$$\lambda = \frac{hc}{W_0} = \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4,34 \text{ eV}} \approx 286 \text{ nm}.$$

b) Kynnysaallonpituutta vastaava taajuus on

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{230 \text{ nm}} = 1,30348 \cdot 10^{15} \text{ Hz}.$$

Irrotustyö on

$$W_0 = hf = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 1,303 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{s}} \approx 5,389 \text{ eV}.$$

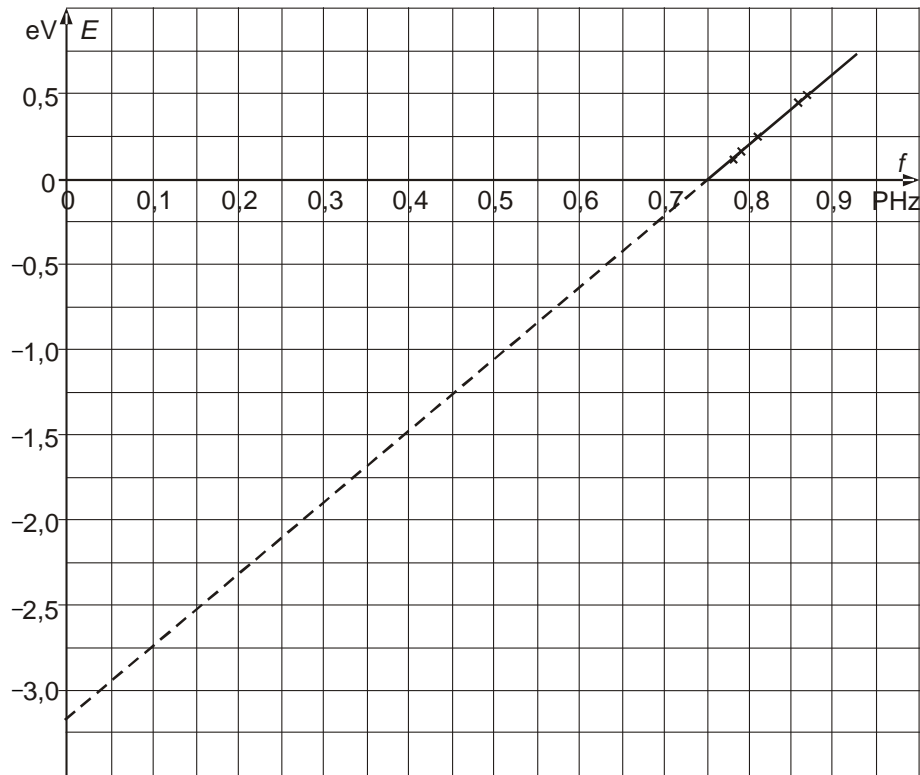
Säteilykvanttien energian oltava $1,5 \text{ eV} + 5,39 \text{ eV} = 6,89 \text{ eV}$. Valon aallonpituuden on

$$\text{oltava } \lambda = \frac{hc}{W_0} = \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6,889 \text{ eV}} \approx 180 \text{ nm}.$$

19. Säteilyn taajuus saadaan määritettyä aallonpituuden avulla $f = \frac{c}{\lambda}$. Elektronin suurin liike-energia on yhtä suuri kuin sähkökentän tekemä pysäytystyö $E = qU = eU$. Merkitään taulukkoon lasketut taajuuden ja energian arvot.

Taajuus/ PHz	0,78	0,79	0,81	0,86	0,87
Energia/eV	0,11	0,16	0,25	0,46	0,49

Valosähköisessä ilmiössä valokvantin energia hf kuluu irrotustyöhön W_0 ja fotoelektronin liike-energiaksi, $hf = E + W_0$. Koska yhtälö $E = hf - W_0$ vastaa suoran yhtälöä ($y = kx + b$), saadaan vastaukset (f, E)-kuvaajasta.



a) Elektronien irrotustyö on $W_0 \approx 3,2 \text{ eV}$ (suoran ja E -akselin leikkauskohdan itseisarvo).

b) Valosähköilmiön kynnystaajuus on $f_0 \approx 0,75 \text{ PHz}$ (suoran ja f -akselin leikkauskohta).

c) Planckin vakio saadaan fysikaalisena kulmakertoimena
 $h \approx 4,2 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} = 6,8 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$.

20. a) Kyseessä on valosähköinen ilmiö, jossa laservalon kvantit irrottavat katodilta elektroneja. Jos kvantin energia on pienempi kuin elektronin irrottamiseen katodilta tarvittava energia, elektroni ei irtoa. Jos kvantin energia hf on suurempi kuin irrotustyö W_0 , elektroni irtoaa. Tietty osa kvantin energiasta kuluu elektronin irrottamiseen ja loput elektroni saa liike-energiäkseen: $hf = W_0 + E_k$, josta liike-energia on $E_k = hf - W_0$.

Irrotustyö on kullekin metallille ominainen. Koska kvantin energia on $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$,

lyhyemmän aallonpituuden eli vihreän valon kvantilla on ollut riittävästi energiaa, joten valosähköinen ilmiö tapahtui.

b) Kvantin energiasta $hf = W_0 + E_k^{\max}$ kuluu irrotustyöhön $W_0 = h \frac{c}{\lambda_2} - E_k^{\max}$.

Elektronit voidaan pysäyttää tietyllä vastajännitteellä U . Pysäyttämiseen tarvittava energia on $eU = E_k^{\max}$, jossa eU on sähkökentän tekemä jarrutustyö. Irrotustyöksi saadaan

$$\begin{aligned} W_0 &= h \frac{c}{\lambda_2} - eU \\ &= 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot \frac{2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{543,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - 0,35 \text{ eV} \approx 1,9 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Taulukkokirjan perusteella valokennon katodimateriaali on cesium.

21. a) Valon hiukkasmalli selittää valosähköisen ilmiön (valohiukkanen eli fotoni absorboituu), jarrutussäteilyn (fotoni emittoituu) ja Comptonin sironnan (fotoni siroaa). Aaltomallilla voidaan selittää valon interferenssi, diffraktio ja polarisaatio. Valon heijastuminen ja taittuminen voidaan selittää molemmilla malleilla.

b) Elektronisuihkun hiukkasmallilla voidaan selittää, miksi elektroni emittoituu, absorboituu tai siroaa atomista. Aaltomalli selittää elektronidiffraktion ja elektronimikroskoopin kuvanmuodostuksen.
Lue lisää duaalisuudesta oppikirjasta sivulta 36.

22. a) Sähkökenttä tekee työtä ja kiihdyttää elektroneja. Elektronit saavat liike-energian $E = qU = eU = \frac{1}{2}mv^2$. Kerrotaan yhtälö puolittain termillä $2m$, jolloin saadaan $2meU = (mv)^2$. Otetaan puolittain neliöjuuri, jolloin saadaan

$$\begin{aligned} mv &= \sqrt{2meU} = \sqrt{2 \cdot 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 300 \text{ V}} \\ &= 9,358 \cdot 10^{-24} \text{ kgm/s}. \end{aligned}$$

Tämä on elektronin liikemäärä. Elektronin de Broglie aallonpituus on

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{9,358 \cdot 10^{-24} \text{ kgm/s}} \approx 70 \text{ pm}.$$

b) Bohrin vetyatomimallin elektronin radan pituus on elektronin de Broglie aallonpituuden jokin monikerta, $2\pi r = n\lambda$. Tämä tarkoittaa sitä, että elektronille ovat mahdollisia vain sellaiset radat, joissa de Broglie aalto on seisova aalto.

c) Elektronimikroskoopissa kiihdytetty elektronisuihku ohjataan tutkittavan kohteen pintaan. Suurentamalla kiihdytysjännitettä voidaan pienentää elektronin de Broglie aallonpituutta. Mikroskoopin erotustarkkuus riippuu tästä aallonpituudesta. Mikroskoopilla ei voida erottaa sellaisia yksityiskohtia, joiden koko on pienempi kuin käytetyn elektronisuihkun aallonpituus. Erotuskyky saadaan nanometrin suuruusluokkaan, kun kiihdytysjännite on kilovolttien tai megavolttien suuruusluokkaa.

23. a) Kun fotoni törmäytetään atomiin sidottuun elektroniin, voi tapahtua Comptonin sironta. Törmäyksessä elektroni saa energiaa fotonilta ja se siroaa poiketen alkuperäisestä suunnastaan. Fotoni menettää energiaansa eli sen taajuus pienenee. Myös fotonin suunta muuttuu. Katso lisää oppikirjan sivulta 36.

b) Annihilaatio on tapahtuma, jossa hiukkanen ja sen antihhiukkanen törmäävät, häviävät ja muuttuvat sähkömagneettisen säteilyn gammakvanteiksi. Katso lisää oppikirjan sivulta 59.

c) Atomin ytimen lähellä säteilyenergiaa voi muuttua aineeksi. Tällöin syntyy hiukkanen ja sen antihhiukkanen, jotka molemmat saavat suuren liike-energian. Parinmuodostus ja annihilaatio ovat käänteisiä ilmiöitä. Katso lisää oppikirjan sivulta 142.

24. a) Thomsonin atomimallissa positiivinen varaus oli jakautunut tasaisesti koko atomin alueelle nesteinä tai geelinä. Elektronit liikkuvat tässä geelissä radoillaan.

b) Rutherfordin atomimallissa on pienikokoinen, positiivisesti varautunut ydin atomin keskellä. Elektronit sijaitsevat elektronipilvessä. Rutherford päätyi tällaiseen atomimalliin sirontakokeensa tulosten perusteella.

c) Bohrin vetyatomimallissa elektroni pysyy radallaan sähköisen Coulombin voiman vuoksi. Elektronin radoilla on vain tiettyjä pysyviä tiloja. Atomi voi virittyä, jos se absorboi fotonin ja viritystilän purkautuessa fotoni emittoituu. Lue tarkemmin Bohrin atomimallin oletuksista oppikirjasta sivulta 46.

25. Standardimalliin kuuluu perushiukkaset, perusvuorovaikutukset ja vuorovaikutusten välittäjähiukkaset.

Perushiukkasia on 12, 6 kvarkkia ja 6 leptonia. Kaikki tunnetut hiukkaset voidaan selittää näiden perushiukkasten (ja niiden antihiukkasten) avulla. Perushiukkaset on jaoteltu lisäksi kolmeen perheeseen. Elektronin perheessä on keveimmät hiukkaset: u- ja d-kvarkit, elektroni ja elektronin neutriino. Näistä hiukkasista koostuu maailmankaikkeuden kaikki näkyvä aine.

Perusvuorovaikutuksia on neljä: gravitaatio (välittäjähiukkanen gravitoni), sähkömagneettinen (fotoni), vahva (gluoni) ja heikko (kolme välibosonia). Gravitaatiovuorovaikutuksen tuntevat kaikki massaiset hiukkaset. Vahvan vuorovaikutuksen tuntevat vain kvarkit. Sähkömagneettisen vuorovaikutuksen tuntevat kvarkit ja muut leptonit, paitsi neutriinot. Heikon vuorovaikutuksen tuntevat kaikki perushiukkaset. Lue lisää standardimallista oppikirjasta sivulta 52.

26. a) Väite on epätosi, sillä Einstein sai palkinnon valosähköisen ilmiön selittämisestä.

b) Väite on epätosi, koska positroni on elektronin antihiukkanen. Ensimmäinen havaittu antihiukkanen oli kuitenkin positroni.

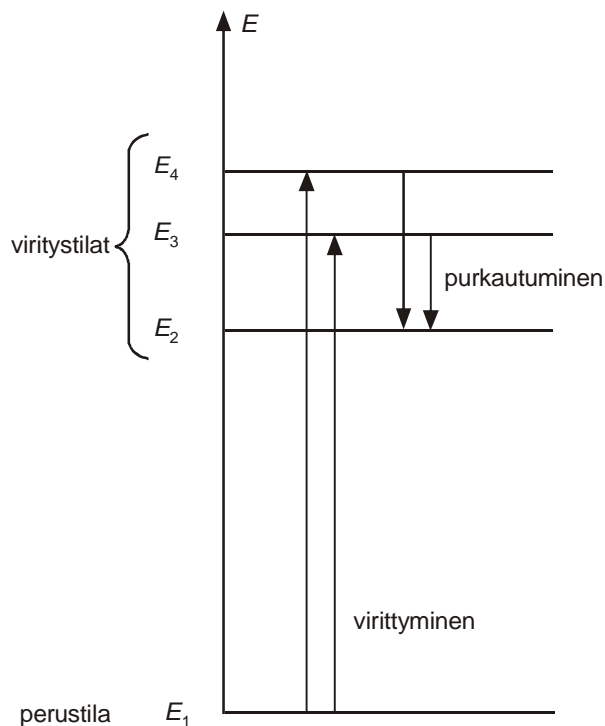
c) Väite on epätosi siltä osin, että mesoni koostuu aina kvarkista ja antikvarkista, esimerkiksi pioni π^+ ($u\bar{d}$).

d) Väite on tosi. Neutriinon massan selvittäminen on yksi nykyisen hiukkasfysiikan suurista haasteista.

27. a) Atomin perustila on se tila, jossa atomin energia on pienin. Kaikki muut energiatilat ovat viritystiloja.

b) On sovittu, että atomiin sidotun elektronin energia on negatiivinen. Atomista irtoamaisillaan olevan elektronin energia on nolla ja vapaan elektronin energia positiivinen.

c) Atomin virittyminen merkitään nuolella alemmalta energiatasolta ylemmälle. Atomi virittyy kun se vastaanottaa fotonin. Purkautuminen merkitään kaavioon nuolella ylhäältä alaspäin. Tällöin atomi emittoi fotonin.



d) Atomin energia on kvantittunut. Viritymisessä ja purkautumisessa voi absorboitua tai emittoitua aina vain tietyn aallonpituuden fotoni. Siksi spektrikuvaaja ei ole jatkuva, vaan koostuu erillisistä viivoista (yksittäisistä aallonpituuksista).

28. a) Kvantin energia on

$$E = hf = 4,135 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 0,75 \text{ PHz} = 3,10125 \text{ eV. Koska}$$

kvantin energia on suurempi kuin ionisoitumisenergia 3,1 eV, sininen valo pystyy juuri ja juuri ionisoimaan kalsiumin.

(Huomautus: Kvantin energian arvo on kuitenkin niin lähellä ionisoitumisenergian arvoa, että vasta tarkempi tieto mittaustarkkuudesta mahdollistaa vastauksen päättelämisen. Irrotustyön ja valon taajuuden tarkemmat arvot antaisivat tiedon siitä, tapahtuuko ionisaatio vai ei.)

b) Säteilykvantin energia on

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{254 \text{ nm}} \approx 4,88 \text{ eV.}$$

29. Fotonin energia on atomin energiatilojen erotus, kun elektroni siirtyy tilasta m tilaan n .

$$E_f = E_m - E_n, \text{ missä } E_n = \frac{-13,6 \text{ eV}}{n^2}, n = 1, 2, 3, \dots \text{ ja}$$

$$E_m = \frac{-13,6 \text{ eV}}{m^2}, m \geq n + 1 = 2, 3, 4, \dots$$

$$\begin{aligned} E_f = E_5 - E_1 &= \frac{-13,6 \text{ eV}}{5^2} - \frac{-13,6 \text{ eV}}{1^2} = -0,544 \text{ eV} + 13,6 \text{ eV} \\ &= 13,056 \text{ eV} = 2,09180268 \cdot 10^{-18} \text{ J.} \end{aligned}$$

Fotonin liikemäärä on $p_f = \frac{E_f}{c} = \frac{2,09180268 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \approx 6,98 \cdot 10^{-27} \text{ kgm/s.}$

Fotonin emittoituessa liikemäärä säilyy. Fotonin liikemäärä on yhtä suuri kuin atomin liikemäärän muutos, $p_f = m_H \Delta v$, missä m_H on vetyatomin massa ja Δv sen nopeuden muutos,

$$\Delta v = \frac{p_f}{m_H} = \frac{6,97750268 \cdot 10^{-27} \text{ kgm/s}}{1,0078250 \text{ u} \cdot 1,6605402 \cdot 10^{-27} \text{ kg/u}} \approx 4,17 \text{ m/s.}$$

30. a) Vedyn energiatasokaaviosta ei löydy siirtymää, joka olisi 11 eV. Lähimmät ovat 10,2 eV (tilan $n = 2$ ja perustilan välinen siirtymä) ja 12,1 eV (tilan $n = 3$ ja perustilan välinen siirtymä). Niin ollen vetyatomi ei voi absorboida valokvanttia. Katso vetyatomin energiatasokaavio oppikirjasta sivulta 89.

b) Lymanin spektrisarja syntyy, kun vetyatomi palaa perustilaan $n = 1$.

Lasketaan aallonpituus yhtälöstä $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$, kun $n = 1$ ja $m = 2$.

$$\lambda = \frac{1}{R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)} = \frac{1}{1,0973731 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)} \approx 120 \text{ nm.}$$

Aallonpituus on taulukkokirjan mukaan UV-alueella.

c) Bracketin sarja syntyy, kun vetyatomi palaa energiatasolle

$n = 4$. $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{m^2} \right)$; Bracketin sarjan lyhin aallonpituus saadaan, kun

$m \rightarrow \infty$ eli $\frac{1}{m^2} \rightarrow 0$. Tällöin aallonpituus saadaan yhtälöstä $\frac{1}{\lambda} = \frac{R_H}{4^2}$. Lyhin aallonpituus on

$$\lambda = \frac{16}{R_H} = \frac{16}{1,0973731 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}} \approx 1,5 \mu\text{m.}$$

31. Energiat saadaan lausekkeesta $E_n = \frac{-13,6 \text{ eV}}{n^2}$.

$$E_1 = -13,6 \text{ eV}$$

$$E_2 = -3,40 \text{ eV}$$

$$E_3 = -1,51 \text{ eV}$$

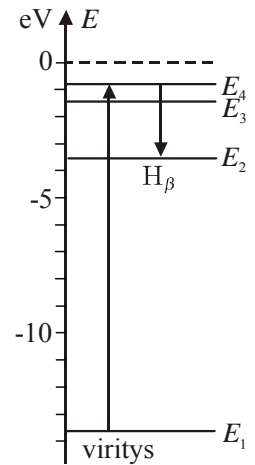
$$E_4 = -0,85 \text{ eV}$$

Koska vety on perustilassa ($n = 1$), virittävän säteilykvantin energian täytyy riittää siirtymään perustilalta E_1 energiatasolle E_4 .

Kvantin energia on $E = E_4 - E_1$ eli $hf_{\min} = h \frac{c}{\lambda_{\max}}$.

Käytettävän säteilyn aallonpituus voi olla

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{E_4 - E_1} = \frac{4,1357 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,9979 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-0,85 \text{ eV} - (-13,6 \text{ eV})} \approx 97,2 \text{ nm}.$$



32. a) Kaasut absorboivat täsmälleen samoja aallonpituuksia kuin emittoivat. Näitä aallonpituuksia vastaavien kvanttien energiat ovat yhtä suuret kuin kaasun atomien tai molekyylien elektroniverhojen energiatasojen erotukset. Absorptiossa atomit (molekyylit) virittyvät ja emissiossa viritystilat purkautuvat. Kun jatkuva säteily kohtaa kaasun, niin edellä selitettyssä prosessissa kvantit emittoituvat kaikkiin suuntiin, joten säteilyn alkupäisessä suunnassa havaitaan mustat viivat muutoin jatkuvassa spektrissä.

b) Alfahajoamisessa vapautuva energia jakautuu tytärtyimen ja alfahiukkasen kesken niin, että alfahiukkanen saa tietyssä hajoamisessa energian ja liikemäärän säilymisestä johtuen tarkalleen määrätyn arvon. Tällöin kuitenkin liike-energia voi saada muutamia toisistaan poikkeavia arvoja, koska tytärtydin voi jäädä virittyneeseen tilaan. Energiaspektri on siis viivaspektri, mikä osoittaa, että ytimen energiatilat ovat kvantittuneet.

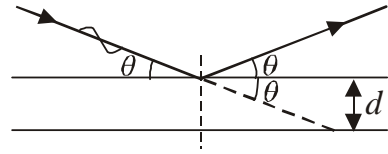
Beetahajoamisessa havaittu hiukkasten energiaspektri on jatkuva, mutta kun lasketaan yhteen beetahiukkasen ja vapautuvan neutriinin (tai antineutriinin) energia, niin myös beetahajoaminen osoittaa että ytimen energiatilat ovat kvantittuneet.

c) Vahva vuorovaikutus (ydinvoima) pitää ytimen koossa. Se vaikuttaa kaikkien nukleonien välillä, mutta sen kantama on hyvin lyhyt, suuruusluokaltaan vain 10^{-15} m , joten se vaikuttaa lähinnä vain naapurinukleonien välillä. Sähkömagneettisella vuorovaikutuksella on pitkä kantama. Suurissa ytimissä kaukana toisistaan olevien nukleonien välinen ydinvoima on niin vähäinen, että protonien toisiaan hylkivä sähkömagneettinen voima (Coulombin voima) hajottaa ytimen, ellei varauksettomia neutroneja ole enemmän kuin protoneja.

33. Neutronien energia on $E_k = \frac{1}{2}mv^2$, josta saadaan neutronien nopeudelle yhtälö $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$. Sijoitetaan nopeus de Broglie'n aallonpituuden yhtälöön, jolloin saadaan

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m\sqrt{\frac{2E_k}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}$$

$$= \frac{6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{\sqrt{2 \cdot 1,6749 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 0,020 \cdot 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ J}}} \approx 0,20224 \text{ nm.}$$



Braggin laista $2d \sin \theta = k\lambda$ saadaan ensimmäisen kertaluvun ($k = 1$) heijastukselle $\sin \theta = \frac{\lambda}{2d} = \frac{0,20224 \text{ nm}}{2 \cdot 0,33 \text{ nm}}$ ja sirontakulmaksi $\theta \approx 17,84^\circ$.

Sironneiden neutronien suunta poikkeaa tulosuunnasta $2\theta \approx 36^\circ$.

34. a) Atomin ytimen rakenneosat ovat nukleonit (protonit ja neutronit). Rutherfordin sirontakoe osoitti, että atomissa on hyvin pienikokoinen, positiivisesti varattu ydin.

Nukleonien välinen vahva vuorovaikutus pitää atomin ytimen koossa protonien sähköisistä hylkimisvoimista huolimatta. Vahva vuorovaikutus aiheuttaa vetovoiman (ydinvoiman) myös neutronien välille sekä protonin ja neutronin välille. Hyvin pienillä etäisyyksillä ydinvoima on hylkivä voima.

Sidosenergia tarkoittaa energiaa, joka tarvitaan kaikkien ytimessä olevien nukleonien siirtämiseksi kauas toisistaan (erillisiksi hiukkasiksi). Kun nukleonit muodostavat ytimen, energiaa vapautuu.

Sidosenergiaa E_B vastaavaa massaa sanotaan massavajeeksi, $\Delta m = \frac{E_B}{c^2}$.

b) Sekä fissio-, että fuusioreaktio voivat vapauttaa energiaa, jos reaktion jälkeen muodostuneessa ytimessä yksittäinen nukleoni on voimakkaammin sitoutunut kuin ennen reaktiota. Silloin sidossuus on kasvanut.

35. a) Happiytimen $^{16}_8\text{O}$ massavaje on

$$\begin{aligned}\Delta m &= Zm_p + Nm_n + Zm_e - m \\ &= 8 \cdot 1,0072765 \text{ u} + 8 \cdot 1,0086650 \text{ u} + 8 \cdot 5,4857990 \cdot 10^{-4} \text{ u} - 15,9949146 \text{ u} \\ &= 0,1370060392 \text{ u} \approx 0,1370060 \text{ u}.\end{aligned}$$

b) Kultaytimen $^{197}_{79}\text{Au}$ massavaje on

$$\begin{aligned}\Delta m &= Zm_p + Nm_n + Zm_e - m \\ &= 79 \cdot 1,0072765 \text{ u} + 118 \cdot 1,0086650 \text{ u} + 79 \cdot 5,4857990 \cdot 10^{-4} \text{ u} - 196,966543 \text{ u} \\ &= 1,6741083121 \text{ u}.\end{aligned}$$

Sidosenergia on massavajetta vastaava energia. Sidosenergia on

$$\begin{aligned}E_B &= \Delta mc^2 = 1,6741083121 \text{ u} \cdot c^2 = 1,6741083121 \cdot 931,49432 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cdot c^2 \\ &= 1559,422384 \text{ MeV} \approx 1559,4224 \text{ MeV}\end{aligned}$$

c) Amerikiumytimen $^{243}_{95}\text{Am}$ massavaje on

$$\begin{aligned}\Delta m &= Zm_p + Nm_n + Zm_e - m \\ &= 95 \cdot 1,0072765 \text{ u} + 148 \cdot 1,0086650 \text{ u} + 95 \cdot 5,4857990 \cdot 10^{-4} \text{ u} - 243,061375 \text{ u} \\ &= 1,964427591 \text{ u}.\end{aligned}$$

Sidosenergia on

$$\begin{aligned}E_B &= \Delta mc^2 = 1,964427591 \text{ u} \cdot c^2 = 1,964427591 \cdot 931,49432 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cdot c^2 \\ &= 1829,853143 \text{ MeV}.\end{aligned}$$

Sidososuus on

$$b = \frac{E_B}{A} = \frac{1829,853143 \text{ MeV}}{243} \approx 7,5302598 \text{ MeV}.$$

36. Hajoamisreaktion massavaje on

$$\begin{aligned}\Delta m &= m_n - (m_p + m_e + m_{\bar{\nu}}) \\ &= 1,0086650 \text{ u} - (1,0072765 \text{ u} + 5,4857990 \cdot 10^{-4} \text{ u} + 0) \\ &\approx 0,0008399 \text{ u}.\end{aligned}$$

Massavajetta vastaava reaktioenergia on

$$\begin{aligned}Q &= \Delta mc^2 = 0,0008399201 \text{ u} \cdot c^2 = 0,0008399201 \cdot 931,49432 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cdot c^2 \\ &= 0,7823808024 \text{ MeV} \approx 0,7824 \text{ MeV}.\end{aligned}$$

Massavaje on positiivinen, joten osa massasta muuttuu energiaksi ja reaktio on eksoerginen. Vapautuva energia muuntuu edelleen neutriinon energiaksi sekä elektronin ja protonin liike-energiaksi.

37. Massavaje alfahajoamisreaktiossa on

$$\begin{aligned}\Delta m &= m(^{232}\text{U}) - m(^{228}\text{Th}) - m(^4_2\text{He}) \\ &= 232,0372 \text{ u} - 228,0287 \text{ u} - 4,0026 \text{ u} \\ &= 0,0059 \text{ u}.\end{aligned}$$

Massavajetta vastaava energia on

$$\begin{aligned}E_B &= \Delta mc^2 = 0,0059 \text{ u} \cdot c^2 = 0,0059 \cdot 931,49432 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cdot c^2 \\ &= 5,495816488 \text{ MeV} = 5,495816488 \cdot 10^6 \cdot 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ &= 8,805272422 \cdot 10^{-13} \text{ J} \approx 8,8 \cdot 10^{-13} \text{ J}.\end{aligned}$$

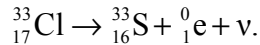
Jos oletetaan, että tämä energia muuntuu kokonaisuudessaan alfahiukkasen liike-energiaksi, saadaan alfahiukkasen nopeus yhtälöstä $E = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2$.

$$\begin{aligned}v_\alpha &= \sqrt{\frac{2E}{m_\alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,805272422 \cdot 10^{-13} \text{ J}}{4,0026 \cdot 1,6605655 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 1,627748469 \cdot 10^7 \text{ m/s} \\ &\approx 1,6 \cdot 10^7 \text{ m/s}.\end{aligned}$$

Huomaa, että joissakin teksteissä samaistetaan virheellisesti α -hiukkasen ja ^4_2He -atomi, kuten tämän tehtävän annossa. Tehtävässä annettu massa on heliumin atomimassa, ei alfahiukkasen massa. Alfahiukkanen sinkoutuu ytimestä, mutta heliumin atomimassaa käytetään reaktioyhtälössä massavajetta laskettaessa, kuten yllä on käytetty. Myös muista reaktioissa mukana olevista hiukkasista (uraani ja torium) käytetään laskuissa atomimassaa, ei ytimen massaa.

38. a)

• β^+ -hajoamisessa ytimen protoni muuttuu neutroniksi ja samalla emittoituu positroni ja neutriino: $p \rightarrow n + e^+ + \nu$. β^+ -hajoamisessa ytimen massaluku säilyy, mutta protoniluku pienenee yhdellä. Hajoamisreaktio on



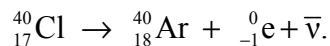
Massavaje on

$$\begin{aligned}\Delta m &= \left[m({}_{17}^{33}\text{Cl}) - 17m(\text{e}) \right] - \left[m({}_{16}^{33}\text{S}) - 16m(\text{e}) + m(\text{e}) \right] \\ &= \left[32,977451 \text{ u} - 17 \cdot 5,4857990 \cdot 10^{-4} \text{ u} \right] - \left[32,971456 \text{ u} - 15 \cdot 5,4857990 \cdot 10^{-4} \text{ u} \right] \\ &= 0,0048978402 \text{ u} \approx 0,004898 \text{ u}.\end{aligned}$$

Positronin (beetaplussäteilyn) suurin energia on

$$\begin{aligned}E &= \Delta mc^2 = 0,0048978402 \text{ u} \cdot c^2 = 0,0048978402 \cdot 931,49432 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cdot c^2 \\ &= 4,562310327 \text{ MeV} \approx 4,562 \text{ MeV}.\end{aligned}$$

• β^- -hajoamisessa neutroni muuttuu protoniksi ja samalla emittoituu elektroni ja antineutriino: $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$. β^- -hajoamisessa ytimen massaluku säilyy, ja protoniluku kasvaa yhdellä. Hajoamisreaktio on



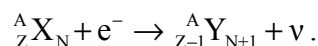
Massavaje on

$$\begin{aligned}\Delta m &= \left[m({}_{17}^{40}\text{Cl}) - 17m(\text{e}) \right] - \left[m({}_{18}^{40}\text{Ar}) - 18m(\text{e}) + m(\text{e}) \right] \\ &= 39,970440 \text{ u} - 39,962383 \text{ u} \\ &= 0,008057 \text{ u}.\end{aligned}$$

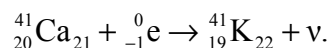
Elektronin suurin energia on

$$\begin{aligned}E &= \Delta mc^2 = 0,008057 \text{ u} \cdot c^2 = 0,008057 \cdot 931,49432 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cdot c^2 \\ &= 7,505049736 \text{ MeV} \approx 7,505 \text{ MeV}.\end{aligned}$$

b) Elektronisieppauksessa jokin atomin elektroniverhon elektroneista siirtyy ytimeen. Ytimen muutosta kuvaa elektronisieppauksessa reaktioyhtälö



Kalsiumytimessä tapahtuvaa muutosta kuvaa reaktioyhtälö



39. Uraanipitoisuus merivedessä on $\rho = \frac{3,0 \cdot 10^{-3} \text{ g}}{1,0 \text{ dm}^3}$. Merivesikuution tilavuus on

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{1000 \text{ g}}{\frac{3,0 \cdot 10^{-3} \text{ g}}{1,0 \text{ dm}^3}} = 333333 \text{ dm}^3. \text{ Merkitään kuution särmää } x\text{:llä, jolloin kuution}$$

tilavuus on $x^3 = 333333 \text{ dm}^3$. Merivesikuution särmän pituus on

$$x = \sqrt[3]{333333 \text{ dm}^3} \approx 69 \text{ dm} = 6,9 \text{ m}.$$

b) Merivesikuution aktiivisuus on $A = 45 \frac{\text{Bq}}{\text{dm}^3} \cdot 333333 \text{ dm}^3 \approx 15 \text{ MBq}$.

40. Sähköenergiaa saadaan paristosta eniten alussa, tämän jälkeen aktiivisuus pienenee.

Pu-238-ytimien lukumäärä alussa on

$$N_0 = nN_A = \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{1000 \text{ g}}{238,05 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 6,0221376 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} \approx 2,53 \cdot 10^{24}.$$

Hajoamisvakio saadaan puoliintumisajan yhtälöstä $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$.

Hajoamisvakio on

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{87,7 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} \approx 2,506 \cdot 10^{-10} \frac{1}{\text{s}}.$$

Pariston aktiivisuus aluksi on

$$A_0 = \lambda N_0 = 2,506 \cdot 10^{-10} \frac{1}{\text{s}} \cdot 2,53 \cdot 10^{24} \approx 6,34 \cdot 10^{14} \text{ Bq}.$$

Yhtä hajoamista kohden vapautuu energiaa

$$E_\alpha = 5,5 \text{ MeV} = 5,5 \cdot 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Alussa energiaa siis vapautuu sekunnissa yhteensä määrä $A_0 \cdot E_\alpha$.

Pariston hyötysuhde on 8,0 %. Antoteho on

$$P_{\text{anto}} = \eta \cdot A_0 \cdot E_\alpha = 0,080 \cdot \frac{6,34 \cdot 10^{14}}{1 \text{ s}} \cdot 5,5 \cdot 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} \approx 45 \text{ W}.$$

41. a) Ratkaistaan heikennyslaista $I = I_0 e^{-\mu x}$ matkavaimennuskerroin μ .

Jaetaan yhtälön molemmat puolet I_0 : lla

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu x} \text{ ja otetaan logaritmi yhtälön kummastakin puolesta}$$

$\ln \frac{I}{I_0} = \ln e^{-\mu x}$. Logaritmin laskusääntöjen mukaan yhtälö voidaan kirjoittaa muotoon

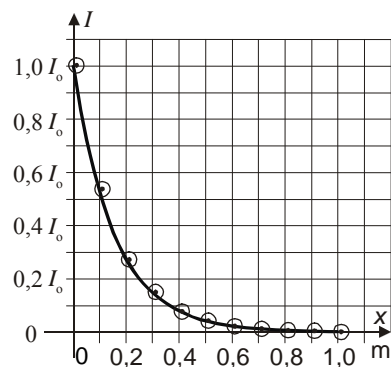
$$\ln \frac{I}{I_0} = -\mu x \ln e \text{ ja edelleen } \ln \frac{I}{I_0} = -\mu x.$$

Matkavaimennuskerroin betonille on

$$\mu = -\frac{\ln \frac{I}{I_0}}{x} = -\frac{\ln \frac{0,50 I_0}{I_0}}{0,11 \text{ m}} = -\frac{\ln 0,50}{0,11 \text{ m}} \approx 6,3 \frac{1}{\text{m}}.$$

Piirretään funktion $I = I(x) = I_0 e^{-\mu x} = I_0 e^{-6,3 \frac{1}{\text{m}} x}$ kuvaaja muutamien funktion arvojen avulla.

x / m	$I(x) = I_0 e^{-6,3 \frac{1}{\text{m}} x}$
0,0	$1,0 I_0$
0,1	$0,53 I_0$
0,2	$0,28 I_0$
0,3	$0,15 I_0$
0,4	$0,08 I_0$
0,5	$0,04 I_0$
0,6	$0,02 I_0$
0,7	$0,01 I_0$
0,8	$0,006 I_0$
0,9	$0,003 I_0$
1,0	$0,002 I_0$
1,1	$0,001 I_0$



b) Betonin pintaan osuneen säteilyn intensiteetti on I_0 . Syvyydellä x intensiteetti on tuhannesosa pintaan osuneen säteilyn intensiteetistä. Ratkaistaan x heikennyslaista

$$\begin{aligned}
 I &= I_0 e^{-\mu x} \\
 0,001 I_0 &= I_0 e^{-\mu x} \\
 \ln 0,001 &= \ln e^{-\mu x} \\
 \ln 0,001 &= -\mu x \ln e \\
 x &= -\frac{\ln 0,001}{\mu} = -\frac{\ln 0,001}{6,3 \text{ 1/m}} \approx 1,1 \text{ m}
 \end{aligned}$$

42. Lyijyn matkavaimennuskertoimen saadaan heikennyslaista $I = I_0 e^{-\mu x}$. Jaetaan yhtälön molemmat puolet I_0 :lla $\frac{I}{I_0} = e^{-\mu x}$ ja otetaan logaritmi yhtälön kummastakin puolesta

$\ln \frac{I}{I_0} = \ln e^{-\mu x}$. Logaritmin laskusääntöjen mukaan yhtälö voidaan kirjoittaa muotoon $\ln \frac{I}{I_0} = -\mu x \ln e$ ja edelleen $\ln \frac{I}{I_0} = -\mu x$. Matkavaimennuskertoimen lyijylle on

$$\mu = -\frac{\ln \frac{I}{I_0}}{x} = -\frac{\ln \frac{0,50 I_0}{I_0}}{0,012 \text{ m}} = -\frac{\ln 0,50}{0,012 \text{ m}} \approx 57,8 \frac{1}{\text{m}}.$$

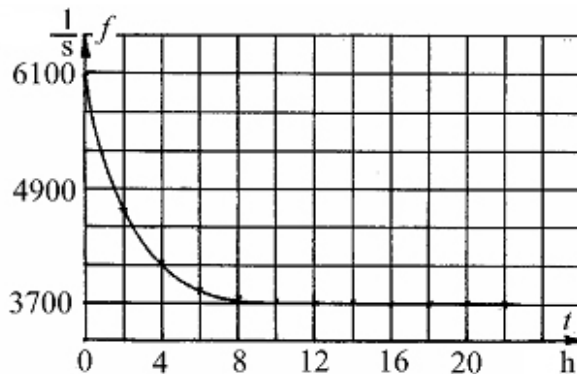
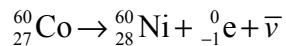
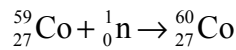
Lasketaan ainekerroksen paksuus x , kun säteilyn intensiteetti sillä syvyydellä on $I = 0,050 I_0$.

$$\begin{aligned}
 I &= I_0 e^{-\mu x} \\
 0,050 I_0 &= I_0 e^{-\mu x} \\
 0,050 &= e^{-\mu x} \\
 \ln 0,050 &= -\mu x \ln e = -\mu x
 \end{aligned}$$

Lyijylevyn paksuus on

$$x = -\frac{\ln 0,050}{\mu} = -\frac{\ln 0,050}{57,8 \text{ 1/m}} \approx 0,052 \text{ m} = 5,2 \text{ cm}.$$

43. Reaktioyhtälöt:



Käyrä koostuu jyrkästi laskevasta alkuosasta ja vaakasuorasta loppuosasta. Käyrän muoto viittaa siihen, että pulssit ovat peräisin (ainakin) kahdesta isotoopista, joista toinen on pitkäikäinen (${}^{60}\text{Co}$) ja toinen lyhytikäinen.

Isotoopin ${}^{60}\text{Co}$ puoliintumisaika on tutkimusaikaan nähden niin pitkä (noin 5,3 vuotta), että sen aktiivisuus voidaan olettaa vakioksi, joten käyrän vaakasuoran osan pulssit ovat peräisin isotoopista ${}^{60}\text{Co}$, samoin jokainen laskurin antama pulssimäärä sisältää noin 3700 pulssia, jotka ovat peräisin

${}^{60}\text{Co}$ -isotoopista. Lyhytikäinen isotooppi on hajonnut kokonaan pois kuvion mukaan noin 10 tunnissa. Taulukkokirjan mukaan koboltilla on myös lyhytikäinen isotooppi ${}^{61}\text{Co}$, joka on tässä syntynyt siten, että ${}^{60}\text{Co}$ on ottanut ytimeensä yhden neutronin. Taulukon mukaan ${}^{61}\text{Co}$:n puoliintumisaika on 1,65 h = 99 min.

Kuvion mukaan alussa lyhytikäisestä isotoopista lähtee pulsseja noin $6050 - 3700 = 2350$ kappaletta sekunnissa. Lyhytikäisen isotoopin lähettämät pulssit ovat vähentyneet puoleen, kun kokonaislaskentataajuus on noin $3700 + 2350/2 = 4875$ pulssia/s. Tämän arvon käyrä saa noin 1,6 h:n kohdalla. Kuvioista saadaan täten puoliintumisajaksi $T_{1/2} \approx 1,6$ h. Kuvion avulla päädytään siis riittävällä tarkkuudella samaan tulokseen kuin taulukossa on.

44. a) Radiohiiltä (hiili-14-isotooppi) syntyy pieniä määriä ilmakehässä kosmisen säteilyn vaikutuksesta. Osa hiilidioksidimolekyyleistä sisältää tätä radiohiiltä. Hiili sitoutuu kaikkiin elollisiin olioihin, ihmisiin, eläimiin ja kasveihin. Radiohiiltä on elävässä organismissa samassa suhteessa kuin sitä on ilmakehässäkin. Kun eliö kuolee, radiohiilen osuus alkaa pienentyä radioaktiivisen hajoamisen vuoksi. Siksi radiohiilen aktiivisuuden perusteella voidaan määrittää arkeologisen näytteen ikä.

b) Puukappaleen aktiivisuus heikkenee ajan kuluessa lain $A = A_0 e^{-\lambda t}$ mukaisesti. Ratkaistaan puukappaleen ikä seuraavasti:

$$\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\ln \frac{A}{A_0} = \ln e^{-\lambda t}$$

$$\ln \frac{A}{A_0} = -\lambda t \ln e = -\lambda t$$

Puukappaleen ikä on

$$t = \frac{\ln \frac{A}{A_0}}{-\lambda} = \frac{\ln \frac{A}{A_0}}{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}} = \frac{\ln \frac{15 \text{ Bq}}{21 \text{ Bq}}}{-\frac{\ln 2}{5730 \text{ a}}} \approx 2800 \text{ a} .$$

45. Hajoamisreaktio on ${}^{131}_{53}\text{I} \rightarrow {}^{131}_{54}\text{Xe} + {}^0_{-1}\text{e} + \bar{\nu}$. Jodiytimestä siis syntyy stabiili ksenonydin, elektroni ja antineutriino. Tässä tehtävässä aktiivisuudella tarkoitetaan aktiivisuutta neliometrillä. ${}^{131}\text{I}$:n puoliintumisaika $T_{1/2} = 8,02 \text{ d}$ ja aktiivisuus alussa on A_0 . Aktiivisuus hetkellä t on

$$A_t = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} .$$

Aktiivisuus alussa on

$$A_0 = \frac{A_t}{e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}} = A_t \cdot e^{\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} = 15500 \text{ Bq} \cdot e^{\frac{\ln 2}{8,02 \text{ d}} \cdot 11 \text{ d}} \approx 40000 \text{ Bq} .$$

Lasketaan ${}^{131}\text{I}$ -ytimien määrä N_0 neliometrillä. Koska $A_0 = \lambda N_0 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_0$, on ytimien lukumäärä

$$N_0 = \frac{T_{1/2} A_0}{\ln 2} = \frac{8,02 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} \cdot 40107 \frac{1}{\text{s}}}{\ln 2} \approx 40,094 \cdot 10^9 .$$

Suomen pinta-ala = $337000 \text{ km}^2 = 337000 \cdot 10^6 \text{ m}^2$. Koko Suomessa ytimien määrä on

$$N_{\text{kok}} = \frac{N_0}{\text{m}^2} \cdot A_{\text{Suomi}} = 40,094 \cdot 10^9 \frac{1}{\text{m}^2} \cdot 337000 \cdot 10^6 \text{ m}^2 \approx 13,521 \cdot 10^{21} .$$

Ytimien massa on $m = \frac{N_{\text{kok}}}{N_A} M = \frac{13,521 \cdot 10^{21}}{6,0221367 \cdot 10^{23}} \cdot 130,906 \text{ g} \approx 2,9 \text{ g}$.

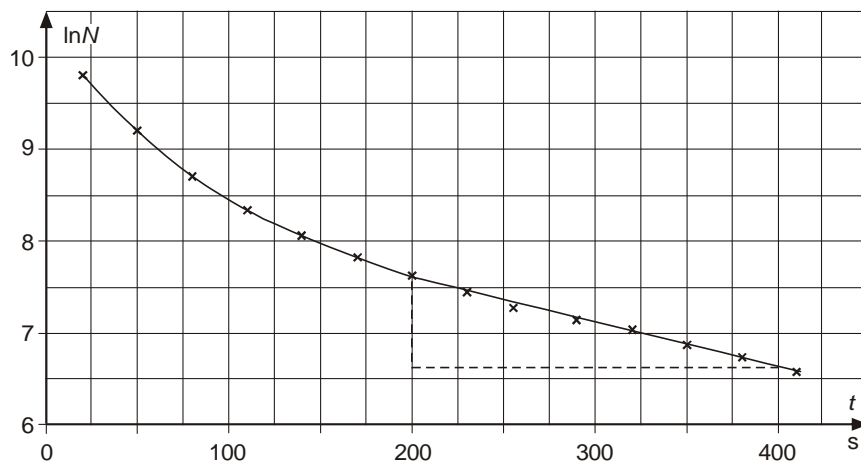
Radioaktiiviset isotoopit voitiin tunnistaa siten, että säteilevän aineen gammaspektrin aallonpituudet mitattiin ja niitä verrattiin eri isotooppien lähettämiin tunnettuihin aallonpituuksiin. Näin voitiin tietää, mitä säteileviä isotooppeja laskeuma sisälsi.

46. a) Reaktioyhtälöt ovat ${}^{110}_{47}\text{Ag} \rightarrow {}^{110}_{48}\text{Cd} + {}^0_{-1}\text{e} + \bar{\nu}$ ja



b) Lasketaan ilmoitettujen pulssimäärien luonnolliset logaritmit $\ln N$ ja piirretään koordinaatistoon $(t, \ln N)$ -kuvaaja.

t/s	$\ln N$
20	9,80
50	9,20
80	8,71
110	8,32
140	8,06
170	7,82
200	7,63
230	7,45
260	7,28
290	7,15
320	7,03
350	6,87
380	6,74
410	6,58



Kuvaajan loppuosa on lineaarinen hetkestä $t = 200\text{s}$ alkaen. Tällöin näytteessä on enää vain pitkäikäisempää isotooppia ja hajoaminen noudattaa hajoamislakia $N = N_0 e^{-\lambda t}$.

Hajoamislaki voidaan kirjoittaa muodossa

$$\ln N = \ln(N_0 e^{-\lambda t}) = \ln N_0 + \ln e^{-\lambda t} = \ln N_0 - \lambda t \ln e \text{ ja edelleen}$$

$\ln N = -\lambda t + \ln N_0$. Tämä vastaa suoran yhtälön muotoa, joten piirretyn kuvaajan

lineaarisen osan kulmakerroin on hajoamisvakion vastaluku,

$$-\lambda = \frac{\Delta \ln N}{\Delta t} = \frac{-0,98}{200\text{s}} = -0,0049\text{s}. \text{ Hajoamisvakio on } \lambda = 0,0049\text{s}.$$

Pitkäikäisen hopeaisotoopin puoliintumisaika on

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0,0049\text{s}} \approx 2,4 \text{ min.}$$

47. Radioaktiivisen aineen aktiivisuus pienenee ajan funktiona

$A = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}$. Aktiivisuus odotusajan T kuluttua on

$$A_T = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} T} = 1000 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{0,87} T} = 1000 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{0,8}} \approx 420.$$

Otetussa 2,0 ml verinäytteessä mitattu aktiivisuus oli 0,15 yksikköä, joten henkilön verimäärä saadaan verrannon avulla

$$\frac{V_{\text{kok}}}{2,0 \text{ ml}} = \frac{420}{0,15}. \text{ Verimäärä on } V_{\text{kok}} = \frac{420}{0,15} \cdot 2,0 \text{ ml} = 5,6 \text{ l}.$$

48. a) Reaktion ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$ massavaje on

$$\begin{aligned} \Delta m &= [m({}^2_1\text{H}) + m({}^3_1\text{H})] - [m({}^4_2\text{He}) + m({}^1_0\text{n})] \\ &= [2,0141018 \text{ u} + 3,0160493 \text{ u}] - [4,0026033 \text{ u} + 1,0086650 \text{ u}] \\ &= 0,0188828 \text{ u} \end{aligned}$$

Massavajetta vastaava energia on

$$\begin{aligned} E &= \Delta mc^2 = 0,0188828 \text{ u} \cdot c^2 = 0,0188828 \cdot 931,49432 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cdot c^2 \\ &= 17,5892209457 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Tritium- ja deuteriumatomien lukumäärä on

$$\begin{aligned} n &= \frac{M}{m_d + m_t} = \frac{1,0 \text{ kg}}{2,0141018 \text{ u} + 3,0160493 \text{ u}} = \frac{1,0 \text{ kg}}{5,0301511 \text{ u}} \\ &= \frac{1,0 \text{ kg}}{5,0301511 \cdot 1,6605402 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \approx 1,197 \cdot 10^{26} \text{ kpl}. \end{aligned}$$

Vapautuvan energian kokonaismäärä on

$$\begin{aligned} E &= nQ = 1,197 \cdot 10^{26} \cdot 17,5892209457 \text{ MeV} \\ &= 1,197 \cdot 10^{26} \cdot 17,5892209457 \cdot 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ &\approx 3,4 \cdot 10^{14} \text{ J}. \end{aligned}$$

b) Ekvivalentti öljytonni (toe) tarkoittaa sitä energiamäärää, joka vapautuu poltettaessa tonni kevyttä polttoöljyä. Polttoöljyn lämpöarvo on 43 MJ/kg. Energiantarve on siis

$$W = 35 \cdot 10^6 \text{ toe} = 35 \cdot 10^6 \cdot 1000 \text{ kg} \cdot 43 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 1,505 \cdot 10^{18} \text{ J}.$$

Tarvittavan polttoaineen määrä on $\frac{1,505 \cdot 10^{18} \text{ J}}{3,3732 \cdot 10^{14} \frac{\text{J}}{\text{kg}}} \approx 4,5 \text{ t}$.

49. a) Lyijylevy heikentää röntgensäteilyä, joka on läpitunkevaa ionisoivaa säteilyä. Säteily kohdistetaan röntgenkuvauksessa tarkasti tutkittavaan kohteeseen, kehon muut osat suojataan. Näin säteilyannos jää pienemmäksi.

b) Säteilyä ei tullut Tšernobylistä Suomeen, vaan kohonneet säteilyarvot johtuivat tuulten mukana tänne kulkeutuneista radioaktiivisista aineista, jotka sateiden mukana tulivat maan pinnalle.

c) Ravinnossa oleva jodi varastoituu kilpirauhaseen. Säteilyonnettomuuden jälkeen kehoa voi suojata joditabletein. Tableteissa oleva ei-radioaktiivinen jodi kertyy kilpirauhaseen. Ravinnon mukana mahdollisesti lisäksi tuleva radioaktiivinen jodi ei silloin varastoidu kehoon vaan poistuu aineenvaihdunnan kautta.