

## Kertaustehtävien ratkaisut

1. c) Protoniin kohdistuva magneettisen voiman suuruus on

$$F_m = qvB = 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2,6 \text{ Mm/s} \cdot 0,14 \text{ T} \approx 58 \text{ fN}.$$

Suunta on oikean käden sormisäännön perusteella ylöspäin.

2. b) Johtimeen kohdistuvan voiman suuruus on

$$F_m = IlB \sin \alpha = 4,0 \text{ A} \cdot 0,50 \text{ m} \cdot 49 \mu\text{T} \cdot \sin 19^\circ \approx 32 \mu\text{N}.$$

Suunta on oikean käden säännön perusteella itään.

3. a) Protoniin kohdistuvan voiman suuruus on

$$F_m = qvB \sin \alpha = 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,3 \text{ Mm/s} \cdot 990 \text{ mT} \cdot \sin 12^\circ \approx 43 \text{ fN}.$$

4. a) Newtonin II lain mukaan johtimen ollessa tasapainossa on oltava  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$  eli  $\vec{F}_m + \vec{G} = \vec{0}$ . Kun suunta ylös on positiivinen, saadaan skalaariyhtälö  $F_m - G = 0$  eli  $F_m = G$ .

Johtimeen kohdistuva paino voidaan kirjoittaa muotoon  $G = mg = \rho Alg$ . Yhtälöstä  $IlB = \rho Alg$  sähkövirran suuruus on

$$I = \frac{\rho Ag}{B} = \frac{2,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{0,38 \text{ T}} \approx 0,14 \text{ A}.$$

5. b) Sauvan päiden välille indusoituva jännite on  $e = lvB$ . Sauvan nopeus on

$$v = \frac{e}{lB} = \frac{3,0 \text{ V}}{0,45 \text{ m} \cdot 0,70 \text{ T}} \approx 9,5 \text{ m/s}.$$

6. c) Keskimääräinen induktiojännite on

$$e = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -660 \cdot \frac{0,0 \text{ Wb} - 35 \mu\text{Wb}}{15 \text{ ms}} \approx 1,5 \text{ V}.$$

7. c) Koska sähkövirta pienenee tasaisesti, käämin napoihin indusoituva jännite on vakio:

$$e = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Käämin induktanssi on

$$L = -\frac{e \Delta t}{\Delta I} = -\frac{e \Delta t}{I_2 - I_1} = -\frac{15,5 \text{ V} \cdot 15 \text{ ms}}{1,5 \text{ A} - 5,1 \text{ A}} \approx 65 \text{ mH}.$$

8. b) Koska piirissä ei ole kondensaattoria. Yhtälössä  $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$  kapasitiivinen reaktanssi  $X_C$  merkitään nolllaksi. Impedanssi on

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi fL)^2} = \sqrt{(85 \Omega)^2 + \left(2\pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 0,25 \text{ H}\right)^2} \approx 120 \Omega.$$

9. a) Ensiöjännitteen huippuarvo on  $u_0 = 350 \text{ V}$  ja tehollinen arvo  $U_1 = \frac{u_0}{\sqrt{2}} = \frac{350 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 247,4874 \text{ V}$ .

Muuntajassa jännitteiden ja kierroslukujen suhde on yhtä suuri eli  $\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$ .

Toisiojännitteen tehollinen arvo on

$$U_2 = \frac{N_2}{N_1} \cdot U_1 = \frac{40}{1000} \cdot 247,4874 \text{ V} \approx 9,899496 \text{ V}.$$

Toisiovirran tehollinen arvo on

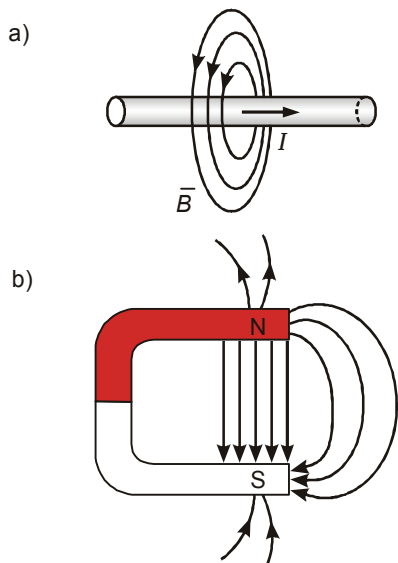
$$I_2 = \frac{U_2}{R} = \frac{9,899496 \text{ V}}{120 \Omega} \approx 82 \text{ mA}.$$

10. c) Värähtelypiirin ominaisresonanssitaajuus on  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ . Korotetaan yhtälö neliöön,

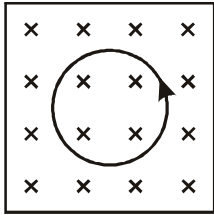
jolloin saadaan  $f_0^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}$ . Tästä yhtälöstä kapasitanssi on

$$C = \frac{1}{4\pi^2 L f_0^2} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot \left(97,7 \cdot 10^6 \frac{1}{s}\right)^2} \approx 18 \text{ fF}.$$

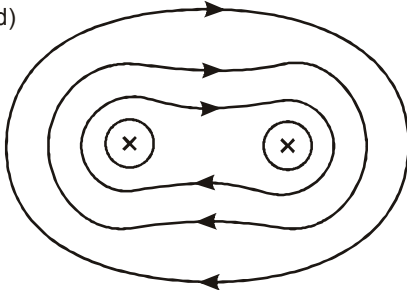
11.



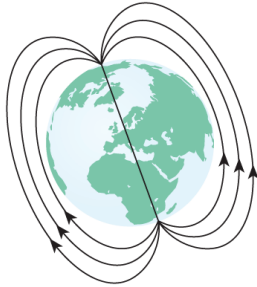
c)



d)



e)



Huomaa, että maantieteellisellä pohjoisnavalla on magneettinen eteläkohtio.

12. a) Deklinaatio on magneettineulan poikkeama kartan pohjois-eteläsuunnasta. Inklinaatio on magneettineulan kallistuma vaakatasosta. Vapaasti liikkuvan magneettineulan pohjoispää osoittaa Suomessa vinosti maapallon sisään. Helsingissä deklinaatio on  $4^\circ$  itään ja inklinaatio  $73^\circ$ .

b) Aurinkotuuli tarkoittaa Auringosta lähtevää jatkuvaa ionisoituneiden hiukkasten virtaa, lähinnä elektroneja ja protoneja. Maan magneettikenttä kääntää aurinkotuulen hiukkasten liikkeen suuntaa estäen niiden pääsyä Maan pinnalle: näin magneettikenttä toimii suojaavana tekijänä. Samalla tavalla magneettikenttä suojaa kosmiselta säteilyltä, samoin esim. toisilta tähdiltä tulevilta suurienergisiltä hiukkasilta.

c) Revontulet syntyvät, kun Auringosta tulevat hiukkaset törmäilevät ilmakehässä oleviin hiukkasiin ja nämä virittyvät. Kun viritystilat purkautuvat, taivaalla nähdään värikkäitä revontulia. Eri atomit lähettävät eriväristä valoa.

Maan magneettikentän muoto on sellainen, että hiukkaset pääsevät ilmakehässä sopivalle korkeudelle juuri napa-alueilla, jossa magneettikenttä suuntautuu jyrkästi kohti maan pintaa. Tällöin avaruudesta tulevien varattujen hiukkasten nopeus voi olla likimain magneettikentän suuntainen, jolloin magneettinen voimavaikutus varauksellisiin hiukkasiin jää vähäiseksi. Päiväntasaajalla ja sen molemmin puolin maan magneettikenttä on likimain maan pinnan suuntainen, joten maan pintaa kohti saapuvien hiukkasten nopeus on likimain kohtisuorassa magneettikenttää vastaan, joten varauksellisten hiukkasten radat kaartuvat. Samalla hiukkaset menettävät energiaa törmätessään ilman molekyyliin ja atomeihin, jolloin hiukkasten nopeus pienenee. Hiukkasten radoista tulee spiraaleja tai ruuviviivoja, joiden säde pienenee.

d) Maan ytimessä tapahtuvat varattujen hiukkasten virtaukset aiheuttavat pyörteitä. Näistä pyörteistä johtuu Maan magneettikentän muutokset. Pyörteet liikkuvat vuosien kuluessa eri paikkoihin.

Maapallon magneettiset navat vaeltavat koko ajan maantieteellisten napojen tuntumassa. Navat ovat myös vaihtaneet keskenään paikkaa useita kertoja. Napaisuuden vaihtumiseen kuluu n. 10 000 vuotta. Napaisuuden muutos johtuu Maan sulan ytimen liikkeistä.

Magneettiset myrskyt aiheuttavat nopeita muutoksia Maan magneettikentässä. Myrskyt voidaan havaita mm. häiriöinä tietoliikenteessä. Magneettiset myrskyt johtuvat Auringossa tapahtuvista energia- ja hiukkaspurkauksista: purkaukset aiheuttavat muutoksia aurinkotuuleen.

Lisäksi kallioperän mineraalit ovat jakautuneet epätasaisesti, joten tietyillä alueilla voidaan havaita paikallisia muutoksia magneettikentässä.

13. a) D-kohtioiden välissä ionit kiihdytetään sähkökentän avulla kohtisuoraan magneettikenttää vastaan. Koska ionin tulovauhti magneettikenttään kasvaa aina sähkökentän ylityksen jälkeen, myös radan säde magneettikentässä kasvaa: radasta tulee spiraalin muotoinen.

b) Newtonin II lain mukaan ionien liikeyhtälö on  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_n$ . Kun suunta radan keskipisteeseen on positiivinen, saadaan skalaariyhtälö  $qvB = \frac{mv^2}{r}$ . Ionien suurin liike-energia on  $E = \frac{1}{2}mv^2$ , joten

suurin nopeus on  $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ .

Yhtälöstä  $qvB = \frac{mv^2}{r}$  magneettivuon tiheys on

$$B = \frac{mv}{qr} = \frac{m\sqrt{\frac{2E}{m}}}{qr} = \frac{\sqrt{m \cdot 2E}}{qr}$$

$$= \frac{\sqrt{3,0160293 \cdot 1,6605655 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 2 \cdot 7,0 \cdot 10^6 \cdot 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ J}}}{2 \cdot 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,03 \text{ m}} \approx 0,32 \text{ T.}$$

Syklotronin taajuus on

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{s/v} = \frac{1}{2\pi r/v} = \frac{v}{2\pi r} = \frac{\sqrt{\frac{2E}{m}}}{2\pi r} = \frac{\sqrt{2 \cdot 7,0 \cdot 10^6 \cdot 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ J}}}{2\pi \cdot 1,03 \text{ m}}$$

$$\approx 3,3 \text{ MHz.}$$

14. a) Kaikkien hiukkasten nopeuden suunta on aluksi alhaalta ylös. Oikean käden säännön perusteella voidaan päätellä, että  $\alpha$ -hiukkasella on positiivinen sähkövaraus ja  $\beta$ -hiukkasella negatiivinen. Gammakvantti on varaukseton, koska sen rata ei kaareudu magneettikentässä. (Kyseessä ovat radioaktiivisessa hajoamisessa syntyvän säteilyn eri lajit, alfasäteily, beetasäteily ja gammasäteily. Näihin palataan kurssilla Fysiikka 8)

b) Newtonin II lain mukaan hiukkasten liikeyhtälö magneettikentässä on  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_n$ . Kun suunta radan keskipisteeseen on positiivinen, saadaan skalaariyhtälö  $qvB = \frac{mv^2}{r}$ . Levosta lähteneen,

jännitteellä  $U$  kiihdytetyn hiukkasen liike-energia on  $E = \frac{1}{2}mv^2 = qU$ , josta hiukkasen loppunopeus

on  $v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$ .

Yhtälöstä  $qvB = \frac{mv^2}{r}$  ympyräradan säde on  $r = \frac{mv}{qB}$ . Kun tähän yhtälöön sijoitetaan loppunopeus

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}, \text{ radan säteen yhtälö saadaan muotoon}$$

$$r = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2mU}{qB^2}}.$$

Jotta protonin ja  $\alpha$ -hiukkasen ratojen säteet olisivat yhtä suuret, on oltava

$$\sqrt{\frac{2m_p U_p}{q_p B^2}} = \sqrt{\frac{2m_\alpha U_\alpha}{q_\alpha B^2}}.$$

Protonin kiihdytysjännite on

$$U_p = \frac{m_\alpha q_p U_\alpha}{m_p q_\alpha} = \frac{m_\alpha q_p}{m_p q_\alpha} U_\alpha = \frac{4,0026033 \text{ u} \cdot e}{1,0078250 \text{ u} \cdot 2e} \cdot 32 \text{ kV} \approx 64 \text{ kV}.$$

**15.** Huomaa, että kuvassa kalvo on niin ohut, että radan kaartumista ei voi piirtää oikeassa mittakaavassa.

Newtonin II lain mukaan protonin liikeyhtälö on  $\Sigma \vec{F} = m \vec{a}_n$ . Kun suunta radan keskipisteeseen on

positiivinen, saadaan skalaariyhtälö  $qvB = \frac{mv^2}{r}$ , josta protonin nopeus on  $v = \frac{qBr}{m}$ .

Protonin liike-energia on  $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \left( \frac{qBr}{m} \right)^2 = \frac{(qBr)^2}{2m}$

ja sen muutos

$$\begin{aligned} \Delta E_k &= E_{k2} - E_{k1} = \frac{(qBr_2)^2}{2m} - \frac{(qBr_1)^2}{2m} = \frac{(qB)^2}{2m} (r_2^2 - r_1^2) \\ &= \frac{(1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,55 \text{ T})^2}{2 \cdot 1,6726231 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \left( (0,14 \text{ m})^2 - (0,22 \text{ m})^2 \right) \\ &= -6,6851465 \cdot 10^{-14} \text{ J} \approx -417,25385 \text{ keV} \approx -420 \text{ keV}. \end{aligned}$$

Liike-energia pienenee 420 keV.

Kultakalvossa energian menetys kuljettua matkaa kohden on  $\frac{\Delta E}{\Delta x} = -160 \text{ keV} / \mu\text{m}$ , joten kalvon paksuus on

$$x = \frac{\Delta E_k}{\Delta E / \Delta x} = \frac{-417,253851 \text{ keV}}{-160 \text{ keV} / \mu\text{m}} \approx 2,6 \mu\text{m}.$$

**16.** Koska magneettivuo on  $\Phi = AB$ , protoniin magneettikentästä kohdistuvan voiman suuruus

saadaan muotoon  $F_m = qvB = qv \frac{\Phi}{A}$ . Voiman suuruus on

$$F_m = \frac{qv\Phi}{A} = \frac{1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 8,5 \text{ Mm/s} \cdot 3,5 \mu\text{Wb}}{15 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \approx 3,2 \text{ fN}.$$

17. Newtonin II lain mukaan  $\alpha$ -hiukkasen liikeyhtälö on  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_n$ . Kun suunta radan keskipisteeseen on positiivinen, saadaan skalaariyhtälö  $qvB = \frac{mv^2}{r}$ , josta  $\alpha$ -hiukkasen nopeus on  $v = \frac{qBr}{m}$ . Toisaalta nopeus on  $v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T}$ .

Yhtälöstä  $\frac{qBr}{m} = \frac{2\pi r}{T}$   $\alpha$ -hiukkasen kiertoaajaksi saadaan

$$T = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi \cdot 6,644663 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{2 \cdot 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,4 \text{ T}} \approx 93 \text{ ns}.$$

18. a) Massaspektrometria käytetään fysikaalisessa tutkimuksessa ja ionien ominaisvarauksien sekä atomien ja molekyylien massojen määrittämisessä. Massaspektrometrin toiminta perustuu siihen, että ionien radat sähkö- ja magneettikentissä riippuvat ionien ominaisvarauksesta.

b) Tutkittavat atomit täytyy ionisoida, sillä sähkö- ja magneettikentän avulla voidaan ohjata vain varattuja hiukkasia.

Ionit ohjataan kiihdyttävään sähkökenttään, jossa ne saavat massasta ja varauksesta riippuvan nopeuden. Ionit tulevat ns. nopeusvalitsimeen kohtisuorasti sen magneettikenttää ja sähkökenttää vastaan. Nopeusvalitsimesta tulevalla ionilla on vain tietty nopeus. Sähkö- ja magneettikentän aiheuttamat voimat ovat vastakkaisuuntaiset, jolloin tietyllä nopeudella valitsimeen tulevien ionien rata on suora. Sitten ionit ohjataan kohtisuorasti magneettikenttään, jossa ne kulkevat puoliympyrän muotoisia ratoja.

Lopulta ionit osuvat esimerkiksi tietokoneeseen kytkettyihin ilmaisimiin. Ionien ratojen säteet riippuvat vain ionien massasta ja varauksesta sekä etenemisvauhdista ja magneettivuon tiheydestä.

c) Kaikkien niiden ionien, joilla on sama ominaisvaraus, ratojen säteet ovat yhtä suuret. Täten saman alkuaineen eri isotoopit erottuvat toisistaan, koska niillä on eri massat. Kenttä siis jakaa hiukkaset eri radoille. Isotooppien lisäksi voidaan määrittää alkuaineiden eri isotooppien esiintymisrunsaus.

19. a) Suoraan virtajohtimeen, joka on kohtisuorasti magneettikenttää vastaan, kohdistuu magneettinen voima, jonka suuruus on  $F_m = IIB$ . Magneettivuon tiheys on

$$B = \frac{F_m}{Il} = \frac{55 \text{ mN}}{4,0 \text{ A} \cdot 0,045 \text{ m}} \approx 0,31 \text{ T}.$$

b) Jotta silmukka jatkaisi etenemistä tasaisella nopeudella, Newtonin II lain mukaan on oltava  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ . Silmukkaa on vedettävä voimalla  $\vec{F}$ , joka on yhtä suuri, mutta vastakkaisuuntainen magneettisen voiman  $\vec{F}_m$  kanssa. Kun liikkeen suunta on positiivinen, skalaariyhtälöstä  $F - F_m = 0$

saadaan  $F = F_m = IIB$ , jossa  $I = \frac{e}{R}$  on johtimessa kulkeva sähkövirta,  $e = lvB$  on silmukan

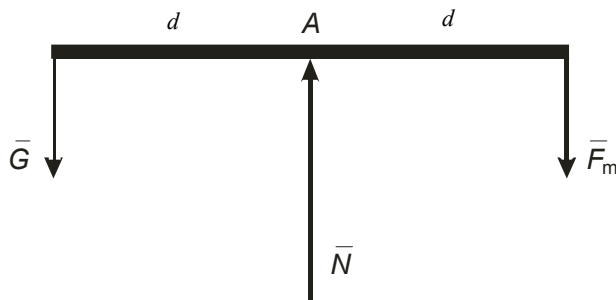
etureunaan indusoitunut jännite. Näin ollen silmukassa kulkeva sähkövirta on  $I = \frac{lvB}{R}$ .

Liikkeen ylläpitämiseksi tarvittavan voiman suuruus on

$$F = IlB = \frac{lvB}{R} lB = \frac{l^2 v B^2}{R} = \frac{(0,060 \text{ m})^2 \cdot 2,0 \text{ m/s} \cdot (0,20 \text{ T})^2}{5,0 \text{ m}\Omega} \approx 58 \text{ mN}.$$

20. a) Vaakakupissa olevan punnukseen kohdistuva paino pyrkii vääntämään vaa'an vartta vinoon. Vaaka on tasapainoasennossa, kun varsi on vaakasuorassa asennossa. Silloin virtasilmukkaan vaikuttavan magneettisen voiman suunnan tulee olla alaspäin. (Silmukan pystysuoriin osiin vaikuttava voima ei vaikuta vaa'an lukemaan.) Oikean käden säännön avulla voidaan päätellä sähkövirran suunnan olevan silmukassa myötäpäivään.

b)



Vaakasysteemiin vaikuttavat voimat ovat punnukseen kohdistuva paino  $\bar{G}$ , vaa'an akselin tukivoima  $\bar{N}$  ja silmukkaan kohdistuva magneettinen voima  $\bar{F}_m$ . Vaaka on tasapainossa pyörimisen suhteen, kun momenttien summa akselin  $A$  suhteen on nolla eli  $\sum M_A = 0$ . Kun momentin suunta vastapäivään on positiivinen, momenttiyhtälö saadaan muotoon  $Gd - F_m d = 0$  eli  $Gd = BIl d$ , josta magneettivuon tiheys on

$$B = \frac{mg}{Il} = \frac{0,0065 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\frac{220 \text{ V}}{5,0 \Omega} \cdot 0,15 \text{ m}} \approx 9,7 \text{ mT}.$$

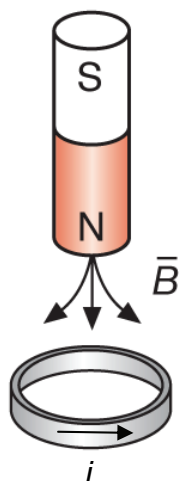
21. a) Väärin. Alumiini ei ole diamagneettinen aine. Diamagneettiset aineet kylläkin heikentävät ulkoista magneettikenttää. Alumiini on paramagneettinen aine

b) Tosi. Suprajohteille resistiivisyys on (likimain) nolla. Kun suprajohteeseen synnytetään sähkövirta, se kulkee häviöttömästi virtapiirissä eikä potentiaalin alenemista tapahdu. Tällöin ei tarvita jatkuvaa energiaa virran ylläpitämiseen. (Energiaa tarvitaan kylläkin suprajohteen alhaisen lämpötilan ylläpitämiseen.)

c) Tosi. Esimerkiksi meltoraudalle suhteellinen permeabiliteetti on  $\mu_r \approx 20\,000$ . Paramagneettisille aineille suhteellinen permeabiliteetti on suuruusluokkaa  $\mu_r \approx 1$ .

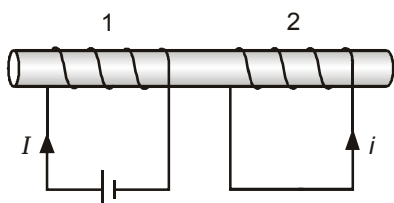
22. Induktio liittyy kaikkiin muihin kohtiin paitsi kohtaan d).

a) Kun kestopagneetti on putoamassa johdinsilmukan läpi, silmukka on vahvistuvassa magneettikentässä. Lenzin lain mukaan silmukkaan indusoituu jännite. Induktiovirran suunta on sellainen, että se vastustaa ulkoista (vahvistuvaa) kenttää. Induktiovirran suunta näkyy kuvassa. Kun magneetti on pudonnut silmukan läpi, induktiovirran suunta muuttuu vastakkaiseksi.



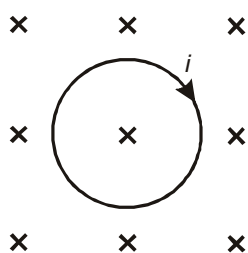
b) Koska käämeillä on yhteinen rautasydän, ne ovat induktiivisesti kytketyt. Vaihtovirran vuoksi käämissä 1 magneettivuo muuttuu jatkuvasti. Siksi käämiin 2 indusoituu jatkuva (muuttuva) induktiojännite.

c) Kun käämissä 1 kulkee tasavirta, käämiin 2 ei indusoidu jännitettä (eikä sähkövirtaa). Induktiojännite havaitaan ainoastaan sähkövirran kytkemis- ja katkaisuhetkellä. Virran kytkemishetkellä käämissä 2 induktiovirran ( $i$ ) suunta on kuvan mukainen.



d) Homogeenisessa magneettikentässä magneettivuon tiheys on vakio. Kun silmukka on magneettikentässä paikallaan, magneettivuo sen läpi on vakio. Induktiota ei tapahdu.

e) Kun magneettikenttä heikkenee, silmukkaan indusoituu jännite. Lenzin lain mukaan induktiovirran suunta on sellainen, että se pyrkii vastustamaan ulkoista (heikkenevää) kenttää. Piirroksessa on yksi esimerkkitapaus.



f) Kyseessä on käämin itseinduktio. Sen vuoksi sähkövirta ei kytkeydy virtapiiriin heti, vaan pienellä viiveellä. Samasta syystä sähkövirran katkeaminen viivästyy piirissä.

23. a) Kaksi induktiivisesti kytkettyä käämiä muodostavat muuntajan. Yhteisellä rautasydämellä saadaan aikaan suuri keskinäisinduktanssi. Primäärikäämiin syötetyn vaihtovirran synnyttämä muuttuva magneettivuo indusoi sekundäärikäämiin jännitteen, jonka suuruus riippuu käämien kierrosluvuista.

b) Induktiojarru perustuu pyörrevirtojen syntymiseen. Magneetin napojen välissä pyörii metallinen pyörä. Pyörän eri osissa magneettivuo muuttuu jatkuvasti synnyttäen pyörrevirtoja. Näistä aiheutuu

Lenzin lain mukaisesti pyörän liikettä jarruttava voima, samalla mekaaninen energia muuntuu resistanssin vaikutuksesta pyörän sisäenergiaksi.

c) Induktiouunissa käytetään hyväksi pyörrevirtojen lämpövaikutusta. Sähkömagneettien suurtaajuisilla magneettikentillä synnytetään sähköä johtavaan (kuumennettavaan) aineeseen pyörrevirtoja. Pyörrevirrat kuumentavat metallia Joulen lain mukaisesti teholla  $P = RI^2$ .

**24.** Yhtenäiseen johdekappaleeseen syntyy pyörrevirtoja, kun johdekappaleen läpäisevä magneettivuoto muuttuu. Lenzin lain mukaisesti pyörrevirtojen suunta on sellainen, että syntyvien sähkövirtojen magneettiset vaikutukset pyrkivät kumoamaan muutoksen, joka aiheuttaa virrat. Magneettivuon vahvistuessa pyörrevirtojen synnyttämä magneettikenttä on vastakkaisuuntainen vahvistuvan kentän suunnalle. Vastaavasti magneettivuon heikentyessä pyörrevirtojen synnyttämän kentän suunta on sama kuin heikentyvän kentän suunta.

Induktiovirtojen lämpövaikutuksien teknisiä sovelluksia.

\* Pyörrevirtojen lämpövaikutusta käytetään hyödyksi sulatettaessa induktiuuneissa metalleja. Sulatettavat metallikappaleet, esimerkiksi rautaromu, sijoitetaan lämpöä kestäväan eristeastiaan. Astian ympärillä on käämi. Käämissä kulkevan vaihtovirran taajuus on noin 1 kHz. Metalleissa syntyvät pyörrevirrat nostavat lämpötilan metallin resistanssin takia sen sulamispisteeseen.

\* Induktioliesien keittolevyissä on käämit, joissa kulkevat vaihtovirrat synnyttävät pyörrevirtoja levyllä olevaan metalliseen astian pohjaan. Kuumenevasta astiasta lämpö siirtyy astiassa olevaan veteen tai ruokaan.

Induktiovirtojen voimavaikutuksien teknisiä sovelluksia.

\*Junissa on kiskojen molemmiin puolin pareittain asennettuja sähkömagneetteja, joihin kytketään juna jarrutettaessa sähkövirta. Tällöin magneettivuoto läpäisee kiskon, joten junan liikkuessa kiskoisiin indusoituu pyörrevirtoja. Kiskoissa kulkevat pyörrevirrat synnyttävät magneettisen voiman, joka jarruttaa sähkömagneettien ja samalla junan liikettä.

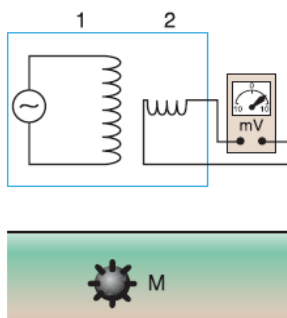
\*Kodeissa käytettävät sähkönkulutusmittarit, kilowattituntimittarit toimivat induktiokytkimillä. Mittarin herkkäliikkeeseen akseliin on kiinnitetty yhtenäinen metallilevy, joka pyörii ulkoisen muuttuvan magneettikentän aiheuttaman vääntömomentin johdosta. Sähköverkkoa kuormittava vaihtovirta synnyttää mittarin alumiinilevyyn pyörrevirtoja, jotka pyrkivät pyörittämään levyä. Alumiinilevyyn akseli on kytketty kierroslaskuriin ja mittarin näyttöön.

\* Pyörrevirtoja hyödynnetään myös autojen ja moottoripyörien nopeusmittareissa estämään osoittimen heilahtelua.

\* Tarkkojen vaakojen heilahtelua vaimennetaan induktiojarruilla, jolloin ne asettuvat mahdollisimman nopeasti tasapainoasemaansa.

Pyörrevirtojen teknisiä sovelluksia.

\* Metallinilmaisimen toiminta perustuu pyörrevirtojen syntymiseen.



Käämissä 1 kulkee vaihtovirta. Kun metalliesine M on ilmaisimen lähellä käämin 1 muuttuvassa magneettikentässä, metalliesineeseen M indusoituu pyörrevirtoja. Metalliesineen M pyörrevirtojen aikaansaama muuttuva magneettivuo kulkee osittain käämin 2 läpi ja siihen indusoituu jännite. Ilmaisimen korkeataajuinen lähetin kytkeytyy induktiivisesti havaittavan metalliesineen kanssa. Metalliesine aiheuttaa ilmaisimessa energiahäviön, ja ilmaisin hälyttää. Millivolttimittari ilmaisee käämiin 2 indusoituneen jännitteen. Kun metallinilmaisimen lähistöllä ei ole metalliesineitä, käämiin 2 ei indusoidu jännitettä, koska käämin 1 vaihtovirran synnyttämän magneettikentän muuttuva magneettivuo käämin 2 läpi on nolla systeemin geometriasta johtuen. Induktiojännite käämissä 2 on sitä suurempi, mitä voimakkaampia metalliesineeseen syntyvät pyörrevirrat ovat. Pyörrevirrat ovat taas sitä voimakkaampia, mitä parempi metallin sähkönjohtavuus on tai mitä enemmän metallia on.

\* Liikennevalojen vaihtumisessa ja liikennelaskennassa hyödynnetään pyörrevirtoja. Induktiosilmukka, jonka avulla liikkuva auto havaitaan, voi olla tien pinnan alla tai tien sivussa.

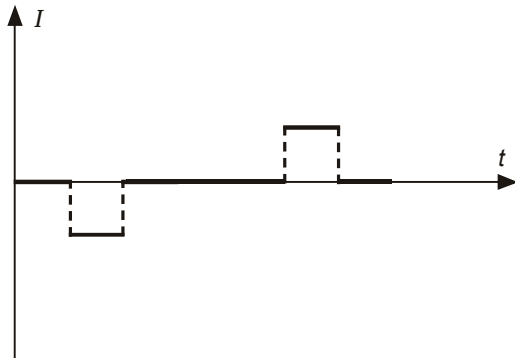
\* Metallin rakennevikojen etsimiseen käytetään pyörrevirtoja. Jos esimerkiksi suihkuturbiinin roottorin lavassa on hiushalkeamia, pyörrevirrat ovat heikompia kuin ehjässä lavassa.

25. Raketin siivenkärkien välille indusoituva jännite on

$$e = lvB \sin \alpha = 27 \text{ m} \cdot 450 \text{ m/s} \cdot 12 \mu\text{T} \cdot \sin 65^\circ \approx 0,13 \text{ V}.$$

26. a) Käämit 1 ja 2 ovat induktiivisesti kytkettyjä. Kun kytkin suljetaan, piirin 1 kasvava sähkövirta synnyttää kasvavan magneettivuon käämiin 2. Syntyy induktiojännite ja induktiovirta, jonka ampeerimittari osoittaa.

b) Silmukan mennessä kenttään magneettivuon muutos ja induktiovirta ovat vakioita, samoin silmukan tullessa pois kentästä. Kun silmukka on kentässä, induktiovirtaa ei synny, koska magneettivuo ei muutu. Kuvassa on esitetty silmukassa kulkeva sähkövirta ajan funktiona.



c) Kun sauvamagneetti putoaa kohti silmukkaa, alaspäin suuntautuva magneettivuon tiheys silmukan sisällä kasvaa. Silmukkaan syntyvä sähkövirta synnyttää vastakkaisuuntaisen, ylöspäin suuntautuvan magneettivuon tiheyden. Virran suunta silmukan etureunassa on oikealle.

27. Käämiin johdettu sähkövirta aiheuttaa käämiin itseinduktiojännitteen  $e = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$ , jonka suuruus riippuu käämin induktanssista ja virran muutosnopeudesta.

Aikavälillä  $0,0 \text{ s} - 0,010 \text{ s}$  jännite on

$$e = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -38 \text{ mH} \cdot \frac{3,0 \text{ mA} - 0,0 \text{ mA}}{0,010 \text{ s} - 0,0 \text{ s}} \approx -11 \text{ mV}.$$

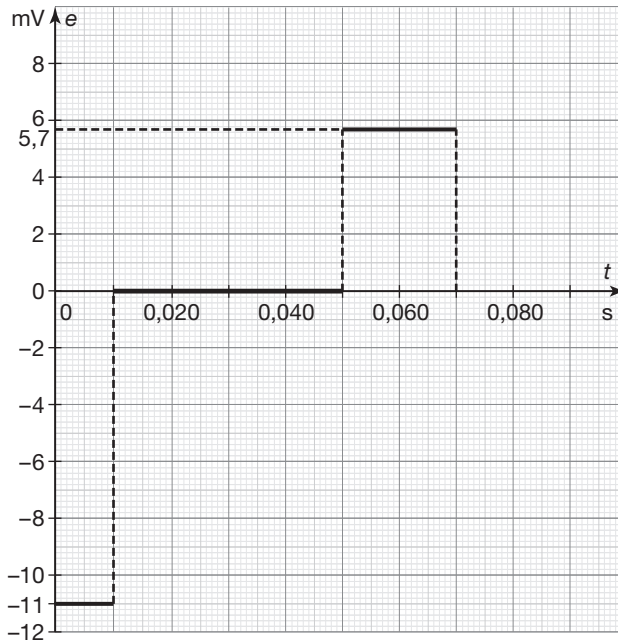
Aikavälillä 0,010 s – 0,050 s jännite on

$$e = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -38 \text{ mH} \cdot \frac{0,0 \text{ mA} - 0,0 \text{ mA}}{0,050 \text{ s} - 0,010 \text{ s}} = 0 \text{ mV} .$$

Aikavälillä 0,050 s – 0,070 s jännite on

$$e = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -38 \text{ mH} \cdot \frac{0,0 \text{ mA} - 3,0 \text{ mA}}{0,070 \text{ s} - 0,050 \text{ s}} \approx 5,7 \text{ mV} .$$

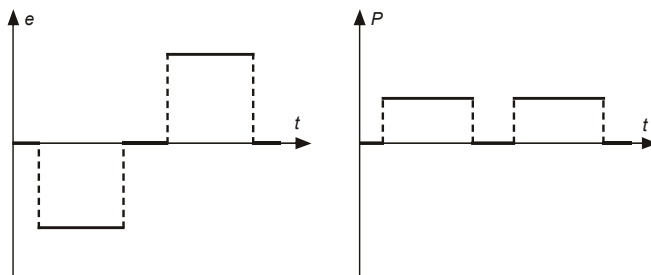
Käämiin indusoitunut jännite  $(t,e)$ -koordinaatistossa:



**28.** Indusoitunut jännite on  $e = -L \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ , joten jännite on suoraan verrannollinen magneettivuon muutosnopeuteen. Koska vuon muutosnopeus on vakio, jännite on vakio, ja jos vuo ei muutu, jännite on nolla.

Jos indusoitunut sähkövirta on  $i$ , teho on  $P = ei = \frac{e^2}{R}$ , joten se on nolla, jos jännite on nolla. Muuten teho on  $e^2$ -tiivinen.

Silmukkaan indusoitunut jännite ja teho ajan funktiona:



29. a) Kun kytkin S suljetaan, virtapiirissä alkaa kulkea sähkövirta myötäpäivään (metallitangossa ylhäältä alas). Sähkövirran suuruus on

$$I = \frac{E}{R} = \frac{12,0 \text{ V}}{5,0 \Omega} = 2,4 \text{ A}.$$

Tällöin magneetikenttä vaikuttaa johtimeen voimalla

$$F_m = ILB = 2,4 \text{ A} \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 1,4 \text{ T} = 0,84 \text{ N}.$$

Voiman suunta päätellään oikean käden säännöstä, se on kuvassa oikealle.

Tangon kiihtyvyys on  $a = \frac{F_m}{m} = \frac{0,84 \text{ N}}{0,20 \text{ kg}} = 4,2 \text{ m/s}^2$  oikealle.

b) Kun tanko liikkuu (kuvassa oikealle), sen rajaaman silmukan pinta-ala kasvaa ja magneettivuo  $\Phi$  kasvaa. Olkoon tangon siirtymä oikealle  $\Delta x$ . Silmukkaan indusoituu jännite

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{B\Delta A}{\Delta t} = -\frac{BL\Delta x}{\Delta t} = -BLv,$$

joka on vastakkaisuuntainen lähdejännitteelle.

Tankoon vaikuttaa vain magneettinen voima, jonka suuruus on  $F_m = ILB$ , missä  $I$  on tangossa kulkeva sähkövirta. Kun tanko liikkuu vakionopeudella, Newtonin II lain perusteella tankoon vaikuttavien voimien summa on nolla: näin ollen magneettinen voima on nolla, samoin sähkövirta. Koska sähkövirta ei kulje, tangon päiden välinen jännite on myös nolla, eli induktiojännite on itseisarvoltaan yhtä suuri kuin lähdejännite. Tällöin tangon nopeuden itseisarvo on

$$v = \frac{|e|}{BL} = \frac{E}{BL} = \frac{12,0 \text{ V}}{1,4 \text{ T} \cdot 0,25 \text{ m}} \approx 34 \text{ m/s}.$$

30. a) Induktiolieden sisällä on käämi, jossa kulkee vaihtovirta. Kun liedellä on metallipohjainen kattila, tähän indusoituu jatkuvasti muuttuvan magneetikentän vuoksi pyörrevirtoja. Pyörrevirtojen takia kattila (ja siinä oleva ruoka) kuumenee. Jos astia ei ole metallinen, pyörrevirtoja ei synny. Siksi lasisessa vuoassa olevan piirakan sulamista ei voi nopeuttaa induktioliedellä.

b) Annetusta kuvaajasta voidaan päätellä seuraavaa:

Ajanhetken  $t = 0,47 \text{ s}$  asti sähkövirta ei kulje, eikä käämiin 2 indusoidu jännitettä. Aikavälillä  $0,47 \text{ s} - 0,65 \text{ s}$  sähkövirta kasvaa, joten tällä aikavälillä käämissä 2 havaitaan induktiojännite. Koska virta kasvaa, käämiin 1 magneetikenttä vahvistuu. Lenzin lain mukaan käämiin 2 indusoituu jännite, joka vastustaa tätä muutosta. Siksi induktiojännite on negatiivinen.

Aikavälillä  $0,65 \text{ s} - 0,68 \text{ s}$  sähkövirta on vakio, eikä induktiota tapahdu.

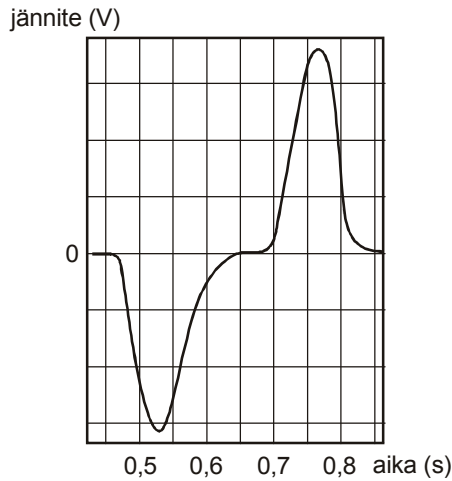
Kun sähkövirta pienenee aikavälillä  $0,68 \text{ s} - 0,82 \text{ s}$ , käämiin 2 indusoituu positiivinen jännite. Hetken  $t = 0,82 \text{ s}$  jälkeen sähkövirta on nolla, eikä induktiota tapahdu.

Käämiin indusoituva jännite saadaan yhtälöstä  $e = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta(BA)}{\Delta t}$ .

Kyseisessä mittauksessa käämiin 2 indusoituneen jännitteen muutokset johtuvat magneettivuon muutoksista, ts. sähkövirran muutoksista (käämiin kierrosluku ja pinta-ala ovat vakioita). Tarkempi muoto induktiojännitteen kuvaajalle saadaan tarkastelemalla virran kuvaajan muuttumisnopeutta eli derivaattaa. Induktiojännitteellä on maksimit ajanhetkillä  $t = 0,52 \text{ s}$  ja  $t = 0,77 \text{ s}$ , koska tällöin sähkövirran muutosnopeus on suurin (kuvaaja on jyrkin).

Koska tehtävässä ei ole mainittu tietoja käämeistä (kierrosluvut, induktanssit ym.) induktiojännitteen arvojen laskeminen ei ole mahdollista.

Induktiojännitteen kuvaaja ajan funktiona on pääpiirteissään seuraava:



31. a) Käämin itseinduktio hidastaa sähkövirran kasvua. Näin sähkövirta ei heti kasva suurimpaan arvoonsa.

b) Tien asfalttipinnan alle on upotettuna 3–4 johdinsilmukkaa eli käämi, jossa kulkee sähkövirta. Kun auto saapuu tienpinnan alle upotetun johdinsilmukan (käämin) päälle, käämi ikään kuin saa "rautasydämen". Tällöin käämin induktanssi muuttuu, ja induktanssin muutos voidaan mitata.

32. a) Kun käämiin kytketään jännite, sen läpi alkaa kulkea sähkövirta. Käämin läpäisevä magneettivuon kasvaa virran kasvaessa. Magneettivuon kasvu saa aikaan jännitelähteen jännitteelle vastakkaisuuntaisen jännitteen (Lenzin laki). Kyseessä on itseinduktioilmiö. Itseinduktio hidastaa sähkövirran kasvua käämissä.

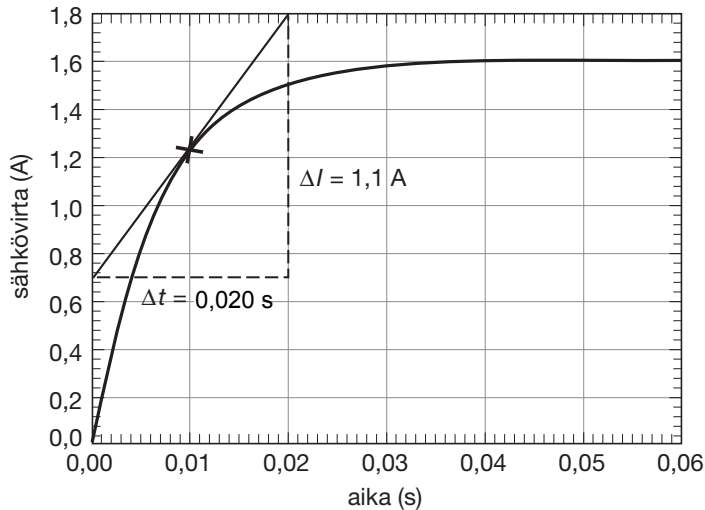
b) Kuvaajasta nähdään, että sähkövirran arvoksi tulee itseinduktion päätyttyä  $I_{\max} = 1,6 \text{ A}$ .

Käytetyn virta-anturin sisäinen resistanssi on hyvin pieni. Suljetussa virtapiirissä on vastuksena vain käämi, joten Ohmin lain mukaan on  $E = RI_{\max}$ . Käämin resistanssi on

$$R = \frac{E}{I_{\max}} = \frac{7,5 \text{ V}}{1,6 \text{ A}} = 4,6875 \Omega \approx 4,7 \Omega.$$

c) Kuvaajasta nähdään, että hetkellä  $t = 10 \text{ ms}$  sähkövirta on  $I = 1,2 \text{ A}$ . Sähkövirta on kasvamassa, joten Lenzin lain mukaan käämin itseinduktiojännite vastustaa sähkövirran kasvua. Sähkövirran muutosnopeus saadaan kuvaajasta kohtaan  $t = 10 \text{ ms}$  piirretyn tangentin fysikaalisena

kulmakertoimena:  $\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{1,1 \text{ A}}{0,020 \text{ s}} = 55 \frac{\text{A}}{\text{s}}.$



Käämin päiden välinen jännite  $U$  on käämin johtimen resistanssin aiheuttaman jännitehäviön

$U_R = RI$  ja käämin induktiojännitteen  $U_L = L \frac{\Delta I}{\Delta t}$  summa eli  $U = U_R + U_L$ . Kirchhoffin II lain

mukaan jännitelähteen lähdejännite on  $E = U = U_R + U_L$ . Induktiojännite on

$U_L = E - U_R = E - RI = 7,5 \text{ V} - 4,6875 \Omega \cdot 1,2 \text{ A} = 1,875 \text{ V} \approx \underline{\underline{1,9 \text{ V}}}$ .

Yhtälöstä  $U_L = L \frac{\Delta I}{\Delta t}$  käämin induktanssi on  $L = \frac{U_L}{\Delta I / \Delta t} = \frac{1,875 \text{ V}}{55 \text{ A/s}} \approx 34 \text{ mH}$ .

**33.** Sähkövirran muutos käämissä on

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{0,0 \text{ A} - 2,6 \text{ A}}{0,0040 \text{ s}} = -650 \text{ A/s}.$$

Käämiin indusoituva jännite on  $e = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$ , josta saadaan käämin induktanssiksi

$$L = -\frac{e}{\frac{\Delta I}{\Delta t}} = \frac{-3,8 \text{ V}}{-650 \text{ A/s}} = 5,84615 \text{ mH}.$$

Magneettikenttään oli aluksi varastoitunut energiaa

$$E = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,00584615 \text{ H} \cdot (2,6 \text{ A})^2 \approx 20 \text{ mJ}.$$

**34. a)** Käämiin indusoituu jännite aina, kun käämin läpäisevä magneettivuo muuttuu.

Sauvamagneetin kenttä pysyy samanlaisena, mutta magneetin liike (pyöriminen) aiheuttaa magneettivuon muutoksen käämin sisällä. Kun magneetti pyörii keskellä käämiä, pyörimisliike on säännöllistä ja jaksollista. Samalla käämin läpäisevä magneettivuo muuttuu jaksollisesti. Pyörivän magneetin synnyttämä jännite on jaksollista ja sinimuotoista.

1° Magneetin nostaminen ylemmäs heikentää induktiojännitettä.

2° Magneetin siirtäminen sivuun (pois käämin keskeltä) tekee magneettivuon muutoksista epäsäännöllisiä. Käämiin indusoituu edelleen jännite, mutta se ei ole enää sinimuotoista.

b) Jännitteen huippuarvo on  $u_0 = 400 \text{ V}$  ja tehollinen arvo  $U = \frac{u_0}{\sqrt{2}} = \frac{400 \text{ V}}{\sqrt{2}} \approx 280 \text{ V}$ .

Vaihtojännitteen jaksonaika on  $T = 10 \text{ ms}$  ja taajuus  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,010 \text{ s}} = 100 \text{ Hz}$ .

**35. a)** Piirissä on vain käämi, jonka resistanssi on vähäinen, joten piirin impedanssi  $Z$  on likimain yhtä suuri kuin käämin induktiivinen reaktanssi:

$$Z = X_L = \omega L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot 0,20 \text{ H} = 62,83185 \Omega \approx 63 \Omega.$$

b) Käämissä kulkevan sähkövirran tehollinen arvo on  $I = \frac{U}{Z}$ . Koska piirissä on vain induktiivista reaktanssia, impedanssi on  $Z = X_L$ . Sähkövirran tehollinen arvo on

$$I = \frac{U}{X_L} = \frac{10,0 \text{ V}}{62,83185 \Omega} = 0,1591550 \text{ A} \approx 0,16 \text{ A}.$$

c) Oletetaan, että jännite on sinimuotoisesti muuttuvaa, jolloin sähkövirran huippuarvo on

$$i_0 = \sqrt{2}I = \sqrt{2} \cdot 0,1591550 \text{ A} \approx 0,23 \text{ A}.$$

**36. a)** Ohmin lain yleinen muoto on  $U = ZI$ , jossa  $Z$  on vaihtovirtapiiriin impedanssi. Yleismittarit ilmoittavat teholliset arvot  $U$  ja  $I$ . Piirin impedanssi on  $Z = \frac{U}{I} = \frac{25 \text{ V}}{0,120 \text{ A}} \approx 210 \Omega$ .

b) Kaikki kolme suuretta kuvaavat komponentin, virtapiiriin tai laitteen kykyä vastustaa sähkövirran kulkua. Resistanssia  $R$  tarkoittaa vastuksen kykyä vastustaa sekä tasavirtaa että vaihtovirtaa. Impedanssi  $Z$  kuvaa virtapiiriin kykyä vastustaa vaihtovirran kulkua. Jos vaihtovirtapiirissä on vain vastus (tai vastuksia), impedanssi tarkoittaa samaa kuin resistanssi. Jos kyseessä on  $RCL$ -piiri, impedanssi koostuu jokaisen komponentin sähkövirtaa vastustavasta tekijästä. Vaihe-eroista johtuen tekijöitä ei voi vain summata yhteen.

Kapasitiivinen reaktanssi  $X_C = \frac{1}{2\pi fC}$  on kääntäen verrannollinen taajuuteen ja kondensaattorin

kapasitanssiin, ja se kuvaa kondensaattorin kykyä vastustaa vaihtovirran kulkua. Induktiivinen reaktanssi  $X_L = 2\pi fL$  on suoraan verrannollinen vaihtovirtapiiriin taajuuteen ja käämin induktanssiin, ja se käämin kykyä vastustaa vaihtovirran kulkua.  $RCL$ -piiriin impedanssin yhtälö on

$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ . Suuretta  $X_L - X_C (= X)$  sanotaan reaktanssiksi. Kaikkien näiden suureiden yksikkö on  $1 \Omega$ .

**37.** Käämiin indusoituva jännite on  $e = e_0 \sin \omega t = NAB\omega \sin \omega t$ , ja jännitteen huippuarvo on

$e_0 = NAB\omega = 25 \cdot 0,30 \text{ T} \cdot 85 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 314 \frac{1}{\text{s}} = 20,0175 \text{ V} \approx 20 \text{ V}$ . Jännitteen tehollinen arvo on

$$U = \frac{e_0}{\sqrt{2}} = \frac{20,0175 \text{ V}}{\sqrt{2}} \approx 14 \text{ V}.$$

**38. a)** Kun vastus on kytketty vaihtojännitelähteeseen, jännitehäviö ja sähkövirta ovat samassa vaiheessa ja vaihe-ero  $\varphi = 0^\circ$ .

b) Käämissä tapahtuvan itseinduktion vuoksi sähkövirta jää jännitehäviöstä jälkeen. Ideaaliselle käämillä vaihe-ero on  $+90^\circ$ . Ideaalisella käämillä ei ole resistanssia.

c) Kondensaattorilla vaihe-ero on  $-90^\circ$ . Tämä johtuu kondensaattorin latautumisesta. Sähkövirta on suurin, kun kondensaattorin jännitehäviö on nolla. Sähkövirta pienenee, kun kondensaattorin jännitehäviö kasvaa. Siksi sähkövirta on jännitehäviötä edellä.

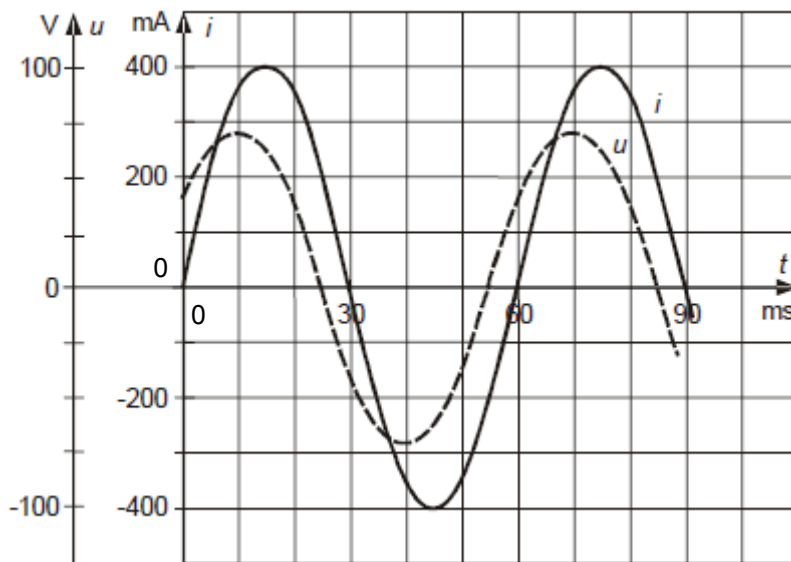
d) Todellisilla käämeillä on johdinmateriaalista johtuen aina resistanssia. Resistanssin vuoksi käämissä vaihe-ero on  $0^\circ < \varphi < +90^\circ$ .

39. Kuvaajan perusteella sähkövirran jaksonaika on 60 ms ja huippuarvo  $i_0 = 400$  mA.

Jännitehäviön huippuarvo on  $u_0 = Zi_0 = 175 \Omega \cdot 0,400 \text{ A} = 70 \text{ V}$ . Koska vaihe-ero on 0,542 rad,

jännitehäviö on sähkövirtaa edellä ajallisesti  $\frac{0,524 \text{ rad}}{2\pi \text{ rad}} \cdot 60 \text{ ms} = 5,0 \text{ ms}$  verran. Jännitehäviön

huippuarvo 70 V on hetkillä 10 ms, 40 ms ja 70 ms. Jännitehäviön jaksonaika on sama kuin sähkövirran eli 60 ms.



40. a) 1) Käämin induktiivinen reaktanssi on  $X_L = 2\pi fL$ . Jos induktanssi  $X_L$  muuttuu kaksinkertaiseksi, induktiivinen reaktanssi on  $X_{L2} = 2\pi f \cdot 2L = 2 \cdot 2\pi fL = 2X_L$ , joten induktiivinen reaktanssi kaksinkertaistuu.

2) Jos vaihtovirran taajuus  $f$  kaksinkertaistuu, induktiivinen reaktanssi on  $X_{L3} = 2\pi \cdot 2fL = 2 \cdot 2\pi fL = 2X_L$ , joten induktiivinen reaktanssi kaksinkertaistuu.

b) Käämin induktiivinen reaktanssi on

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot 0,25 \text{ H} \approx 79 \Omega.$$

41. Käämissä kulkeva tehollinen sähkövirta on  $I = \frac{U}{Z}$ . Vaihtovirtapiiriin impedanssi on

$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ . Piirissä ei ole kondensaattoria, ja resistanssi on pieni ( $R \approx 0$ ), joten impedanssi on

$$Z \approx \sqrt{0^2 + (X_L - 0)^2} = \sqrt{X_L^2} = X_L = 2\pi fL.$$

Sähkövirran tehollinen arvo on

$$I = \frac{U}{2\pi fL} = \frac{15 \text{ V}}{2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot 0,22 \text{ H}} \approx 0,22 \text{ A}.$$

42. Piirin impedanssi on

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(450 \Omega)^2 + (654 \Omega - 350 \Omega)^2} = 543,0617 \Omega \approx 540 \Omega.$$

Napajännitteen tehollinen arvo on

$$U = ZI = 543,0617 \Omega \cdot 0,0500 \text{ A} \approx 27 \text{ V}.$$

43. a) Koska piirissä on vain käämi, jolla on resistanssia ja induktiivista reaktanssia, piirin impedanssi on  $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ , josta käämin induktiivinen reaktanssi on

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{(236 \Omega)^2 - (65 \Omega)^2} \approx 230 \Omega.$$

b) Induktioilmiö vastustaa ja siten hidastaa sähkövirran muutosta käämissä, jolloin virta ”jää jännitehäviön jälkeen”. Jos lähdejännite muuttuu niin, että käämin läpi kulkeva sähkövirta kasvaa, käämin ympärille syntyy magneettikenttä, johon varastoituu energiaa. Magneettikentän energia on maksimissaan, kun sähkövirta on saavuttanut maksimiarvonsa. Jos lähdejännite muuttuu niin, että sähkövirta pienenee, induktiojännitteen napaisuus on sama kuin lähdejännitteen napaisuus. Kun sähkövirta pienenee, käämiin varastoitunut magneettikentän energia palautuu virtapiiriin. Energian varastoituminen magneettikentän energiaksi tai sen vapautuminen vie aikaa. Näistä syistä sähkövirta jää käämissä jännitehäviön jälkeen.

c) Kun varaamaton kondensaattori kytketään jännitelähteen napoihin, kondensaattorin levyt alkavat varautua. Sähköinen voima tekee työtä siirtäessään elektroneja kohti kondensaattorin negatiivista levyä. Lopulta jännitelähteen ja kondensaattorin samanmerkkiset navat ovat samassa potentiaalissa. Silloin sähkövirta on nolla ja jännitehäviö saavuttanut suurimman arvonsa. Energian varastoituminen elektronien potentiaalienergiaksi eli kondensaattorin sähkökentän energiaksi vie aikaa. Samoin elektronien potentiaalienergian vapautuminen virtapiiriin energiaksi vie aikaa. Näistä syistä kondensaattorissa sähkövirta on jännitehäviön edellä.

44. Veden kiehumispiste on  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ , joten vesi kuumenee lämpötilavälin  $100 \text{ }^\circ\text{C} - 12 \text{ }^\circ\text{C} = 88 \text{ }^\circ\text{C}$ . Lämpötilaväli celsiusasteina ja kelvineinä on yhtä suuri, joten  $\Delta T = 88 \text{ K}$ .

Vedenkeittimen vastuksen vedelle aikavälillä  $\Delta t$  luovuttama energia on  $Q_{\text{vastus}} = \eta P \Delta t$ . Veden vastaanottama energia on  $Q_{\text{vesi}} = cm \Delta T$ . Sähkövastuksen vedelle luovuttama energia on yhtä suuri kuin veden vastaanottama energia, joten  $\eta P \Delta t = cm \Delta T$ . Kuumentamiseen kuluva aika on

$$\Delta t = \frac{cm \Delta T}{P} = \frac{4,19 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \cdot 0,75 \text{ kg} \cdot 88 \text{ K}}{0,92 \cdot 2,1 \text{ kW}} = 143,13665 \text{ s}$$

$$\approx 2 \text{ min } 20 \text{ s (eli } 2,4 \text{ min)}.$$

45. a) Jännitteen tehollinen arvo on  $U = \frac{u_0}{\sqrt{2}}$ , jossa  $u_0 = Ri_0$ . Sähkövirran tehollinen arvo on

$$I = \frac{i_0}{\sqrt{2}}.$$

Sähkövirta lämmittää vastusta keskimääräisellä teholla

$$\begin{aligned} P = UI &= \frac{u_0}{\sqrt{2}} \frac{i_0}{\sqrt{2}} = \frac{Ri_0}{\sqrt{2}} \frac{i_0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} Ri_0^2 \\ &= \frac{1}{2} 35 \Omega \cdot (6,2 \text{ A})^2 \approx 670 \text{ W}. \end{aligned}$$

b) Pistorasian tehollinen jännite on  $U = \frac{u_0}{\sqrt{2}}$ , josta huippujännite on

$$u_0 = U\sqrt{2} = 230 \text{ V} \cdot \sqrt{2} \approx 330 \text{ V}.$$

c) Kolmivaihegeneraattorissa synnytetään yhtäaikaista kolmea vaihtojännitettä. Näillä on kaikilla sama huippuarvo 230 V ja niiden väliset vaihe-erot ovat  $120^\circ$ . Kuluttajalle kolmivaihevirta johdetaan yhden nollajohtimen ja kolmen vaihejohtimen avulla. Vaihejohtimien välinen tehollinen jännite on 400 V. Tähän jännitteeseen kytketyt suuritehoiset laitteet (kuten liesi ja kiuas) toimivat ns. voimavirralla. Laite kuormittaa tasaisesti kaikkia kolmea vaihejohtinta.

46. a) Muuntajassa ensiö- ja toisiopuolen jännitteiden suhde on  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$ , josta toisiojännite on

$$U_2 = \frac{U_1 N_2}{N_1} = \frac{230 \text{ V} \cdot 6}{1200} \approx 1,2 \text{ V}.$$

b) Toisiopuolen sähkövirta on  $I_2 \approx \frac{N_1}{N_2} I_1 \approx \frac{1200}{6} I_1 \approx 200 I_1$ , joten sähkövirta tulee hyvin suureksi.

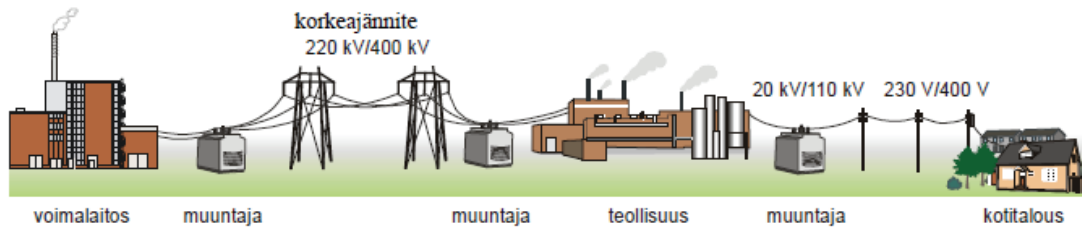
Energiaa muuntuu lämmöksi likimain teholla  $P = RI_2^2$ . Rautanaula alkaa hehkua ja sulaa poikki. Huomaa, että sähkövirta ei todellisuudessa kasva 200-kertaiseksi muuntajan energiahäviöiden takia. Katso seuraava tehtävä.

47. a) Kuparihäviö on johdinmateriaalin tehohäviö, joka saadaan pieneksi, kun valitaan johdin, jonka resistanssi on pieni. Resistanssiin vaikuttavat johtimen paksuus, pituus ja materiaali. Paksun johtimen resistanssi on pienempi kuin ohuen. Esimerkiksi alumiinin ja kuparin resistiivisyys on pieni.

Rautahäviö on muuntajan rautasydämessä tapahtuva tehohäviö. Rautasydämeen muodostuu pyörrevirtoja. Pyörrevirtoja saadaan pienennettyä, kun rautasydän valmistetaan ohuista liuskoista.

b) Rautasydämeen indusoituvat pyörrevirrat kuumentavat sydäntä ja aiheuttavat tehohäviöitä. Ohuista liuskoista valmistettuun rautasydämeen indusoituu vähemmän pyörrevirtoja ja sydän kuumenee vähemmän.

48. a)



Pitkien matkojen sähkönsiirto tapahtuu korkeajännitteellä 220 kV tai 400 kV. Korkeajännitteen käyttö pienentää energiahäviöitä eli tekee toiminnasta kannattavampaa. Lyhyemmissä paikallisverkoissa käytetään 20 kV tai 110 kV jännitettä. Kuluttajalle turvallisuussyistä sopivampi jännite on 230 V tai 400 V. Lisäksi muuntajia tarvitaan vielä kotitalouksissa useiden sähkölaitteiden käyttöjännitteen alentamiseen verkkojännitteestä sopivaksi.

49. RCL-piiriin kytketään vaihtojännitelähteen kanssa sarjaan vastus, kondensaattori ja käämi sekä herkkä virtamittari. Kun jännitteen taajuutta muutetaan (napajännite pidetään vakiona), havaitaan sähkövirran muuttuminen. Tämä johtuu impedanssin muuttumisesta. Resonanssitilanteessa

havaitaan sähkövirran maksimi taajuudella  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ . Resonanssi johtuu siitä, että piirin

impedanssi on pienin mahdollinen. Tällöin käämin induktiivinen reaktanssi ja kondensaattorin kapasitiivinen reaktanssi ovat yhtä suuret. Piirin pienin impedanssi on

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + 0} = R.$$

50. Radiokanavaa kuunneltaessa värähtelypiirin resonanssitaajuus on  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ , josta

$$\text{induktanssi on } L = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 \cdot C} = \frac{1}{\left(2\pi \cdot 89,9 \cdot 10^6 \frac{1}{s}\right)^2 \cdot 32 \cdot 10^{-15} \text{ F}} \approx 0,098 \text{ mH}.$$

51. a) Kun kondensaattori on ladattu, sen sähkökenttään on varastoitunut energiaa

$$E = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \cdot 690 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot (48 \text{ V})^2 = 7,949 \cdot 10^{-7} \text{ J}.$$

Kun kytkimen asentoa muutetaan, syntyy suljettu värähtelypiiri. Piirissä alkaa kulkea sähkövirta ja kondensaattorin sähkökentän energiaa muuttuu käämin magneettikentän energiaksi (ja päinvastoin).

b) Mikäli johtimissa ei tapahdu häviöitä, käämin magneettikenttään voi maksimissaan varastoitua energiaa

$$E = 7,949 \cdot 10^{-7} \text{ J} = \frac{1}{2}LI^2.$$

Sähkövirran suurin arvo on

$$I = \sqrt{\frac{2E}{L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,949 \cdot 10^{-7} \text{ J}}{25 \cdot 10^{-6} \text{ H}}} \approx 250 \text{ mA}.$$

c) Suljetun värähtelypiirin resonanssitaajuus on

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{25 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot 690 \cdot 10^{-12} \text{ F}}} = 1,211 \text{ MHz.}$$

Piiri lähettää sähkömagneettisia radioaaltoja, joiden taajuus on  $f_0$ . Näiden aaltojen aallonpituus on

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,211 \cdot 10^6 \text{ Hz}} \approx 250 \text{ m.}$$

**52. a)** Yksinkertainen värähtelypiiri on suora johdin, jolla on tietty induktanssi ja kapasitanssi. Suoran johtimen muodostamaa värähtelypiiriä kutsutaan dipoliantenniksi. Dipoliantennin ympärillä vuorottelevat sähkö- ja magneettikenttä. Nämä kentät etenevät antennista ympäristöön sähkömagneettisena aaltoliikkeenä valon nopeudella. Dipoliantennin päissä jännite on suurimmillaan. Dipoliantenni ottaa silloin vastaan säteilyä resonanssitaajuudellaan ulkoiselta värähtelypiiriltä ja antennissa on seisova aaltoliike. Sähkövirran kupukohta on antennin keskellä ja solmut päissä. Jännitteen solmukohta taas on antennin keskellä ja kupukohdat päissä. Antennista lähtevät radioaallot ovat poikittaista aaltoliikettä. Lähetinantennin pituus määrää lähetettävän radioaallon aallonpituuden. Radioaaltojen pituus on  $\lambda = 2l$ , jossa  $l$  on antennin pituus. Vastaanotinantennin ihanteellinen pituus on yhtä suuri kuin puolet vastaanotettavan aallon pituudesta. Käytännössä antenni toimii tietyllä aallonpituusvälillä. Ks. tarkemmin vielä s. 156.

b) Antennin pituus on

$$l = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f} = \frac{2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 95,7 \cdot 10^6 \text{ Hz}} \approx 1,6 \text{ m.}$$

c) Radiokanavat lähettävät ohjelmaa tietyllä taajuudella. Radio voidaan virittää vastaanottamaan tiettyä lähetystä joko muuttamalla antennin pituutta sopivaksi tai muuttamalla antenniin kuuluvan säätökondensaattorin kapasitanssia siten, että antennin resonanssitaajuus vastaa lähetyksen taajuutta.

**53. a)** Sähkömagneettisen värähtelypiirin taajuus on

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Koska taajuuden  $f_0$  ja jaksonajan  $T$  välillä on riippuvuus  $f_0 = \frac{1}{T}$ , saadaan yhtälö

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{T}.$$

Ratkaistaan tästä yhtälöstä kondensaattorin kapasitanssi  $C$ :

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{T} \quad || (\ )^2$$

$$\frac{1}{4\pi^2 LC} = \frac{1}{T^2}$$

$$4\pi^2 LC = T^2 \quad || : 4\pi^2 L$$

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L}.$$

Kuvaajan perusteella jaksonaika on  $T = 2,5$  ms.

Kondensaattorin kapasitanssi on

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L} = \frac{(0,0025 \text{ s})^2}{4\pi^2 \cdot 0,0072 \text{ H}} \approx 22 \mu\text{F}.$$

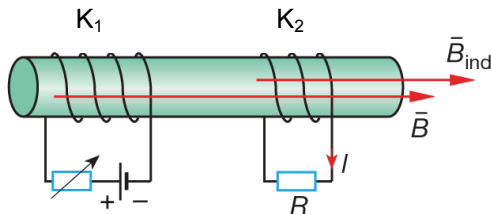
b) Koska piirin resistanssi on pieni, värähtelyn energia säilyy ja

$$\frac{1}{2} LI_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} CU^2,$$

josta saadaan kondensaattorin läpilyöntijännitteen minimiarvoksi

$$U = \sqrt{\frac{LI_{\text{max}}^2}{C}} = \sqrt{\frac{0,0072 \text{ H} \cdot (0,33 \text{ A})^2}{21,99 \cdot 10^{-6} \text{ F}}} \approx 6,0 \text{ V}.$$

54. Käämissä  $K_1$  kulkeva sähkövirta synnyttää magneettikentän, joka kulkee ainakin osittain käämin  $K_2$  läpi.



Oikean käden säännön mukaisesti magneettivuon tiheys käämien sisällä suuntautuu vasemmalta oikealle ja pienenee, koska sähkövirta käämissä  $K_1$  pienenee. Lenzin lain mukaan käämiin  $K_2$  indusoituu sähkövirta. Se synnyttää magneettikentän, joka pyrkii estämään vuon pienenemistä, joten ko. indusoituneen kentän suunta on oikealle. Oikean käden säännön perusteella induktiovirran suunta on vastuksessa  $R$  oikealta vasemmalle.

Induktiojännite on  $e_2 = -M \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$ , joten induktiovirta on

$$I_2 = \frac{e_2}{R} = \frac{-M \frac{\Delta I_1}{\Delta t}}{R} = -\frac{M \Delta I_1}{R \Delta t} = -\frac{2,5 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot (0,30 \text{ A} - 1,8 \text{ A})}{24 \Omega \cdot 0,90 \text{ s}} \approx 0,17 \text{ mA}.$$