

Kertaustehtävien ratkaisut

Huomautus:

Varauksisten hiukkasten liikeratoja tarkastellaan tyhjiössä. Tätä ei mainita jokaisessa tehtävässä erikseen.

1. c) Protoniin kohdistuva voiman suuruus on

$$F_m = qvB = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2,6 \text{ Mm/s} \cdot 0,14 \text{ T} \approx 58 \text{ fN}.$$

Suunta on oikean käden sormisäännön perusteella ylöspäin.

2. b) Johtimeen kohdistuvan voiman suuruus on

$$F_m = IlB \sin \alpha = 4,0 \text{ A} \cdot 0,50 \text{ m} \cdot 49 \mu\text{T} \cdot \sin(90^\circ - 71^\circ) \approx 32 \mu\text{N}.$$

Suunta on oikean käden sormisäännön perusteella itään.

3. a) Protoniin kohdistuvan voiman suuruus on

$$F_m = qvB \sin \alpha = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,3 \text{ Mm/s} \cdot 990 \text{ mT} \cdot \sin 12^\circ \approx 43 \text{ fN}.$$

4. a) Newtonin I lain mukaan johtimen ollessa tasapainotilassa on oltava $\sum \vec{F} = \vec{0}$. Skalaariyhtälöksi saadaan $F_m - F_G = 0$, joten johtimeen kohdistuva magneettinen voima ja painovoima ovat yhtä suuria eli $F_m = F_G$.

Koska

$$F_m = IlB \text{ ja } F_G = mg = \rho Al \cdot g, \text{ saadaan yhtälö } IlB = \rho Al \cdot g.$$

Sähkövirran suuruus on

$$I = \frac{\rho Ag}{B} = \frac{2,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{0,38 \text{ T}} \approx 0,14 \text{ A}.$$

5. b) Sauvan päiden välille indusoitua jännite on $e = lvB$.

Sauvan nopeus on

$$v = \frac{e}{lB} = \frac{3,0 \text{ V}}{0,45 \text{ m} \cdot 0,70 \text{ T}} \approx 9,5 \text{ m/s}.$$

6. c) Keskimääräinen induktiojännite on

$$e = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -660 \cdot \frac{0 \text{ Wb} - 35 \mu\text{Wb}}{15 \text{ ms}} \approx 1,5 \text{ V}.$$

7. c) Virta pienenee tasaisesti, joten induktiojännite on vako, $e = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$.

Käämin induktanssi on

$$L = -\frac{e\Delta t}{\Delta I} = -\frac{e\Delta t}{I_2 - I_1} = -\frac{15,5 \text{ V} \cdot 15 \text{ ms}}{1,5 \text{ A} - 5,1 \text{ A}} \approx 65 \text{ mH}.$$

8. b) Koska piirissä ei ole kondensaattoria, yhtälössä

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

kapasiitiivinen reaktanssi X_C merkitään nollassi.

Impedanssi on

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi fL)^2} = \sqrt{(85 \Omega)^2 + \left(2\pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 0,25 \text{ H}\right)^2} \approx 120 \Omega.$$

9. a) Ensiöjännitteen huippuarvo on $\hat{u} = 350 \text{ V}$ ja tehollinen arvo

$$U_1 = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} = \frac{350 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 247,5 \text{ V}.$$

Muuntajassa jännitteiden ja kierroslukujen suhde on sama ts. $\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$.

Toisiojännitteen tehollinen arvo on

$$U_2 = \frac{N_2}{N_1} U_1 = \frac{40}{1000} 247,5 \text{ V} = 9,899 \text{ V}.$$

Toisiovirran tehollinen arvo on

$$I_2 = \frac{U_2}{R} = \frac{9,899 \text{ V}}{120 \Omega} \approx 82 \text{ mA}.$$

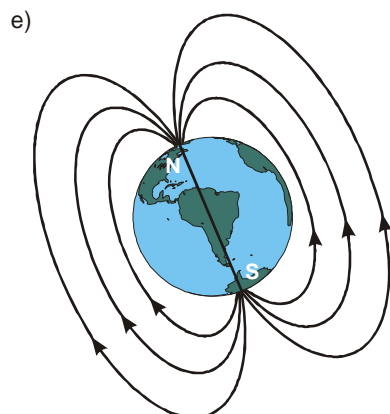
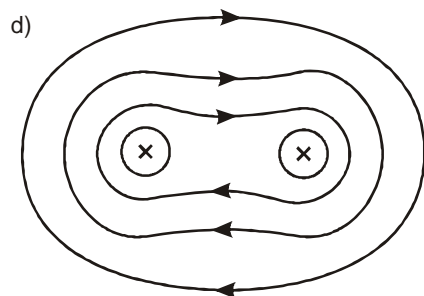
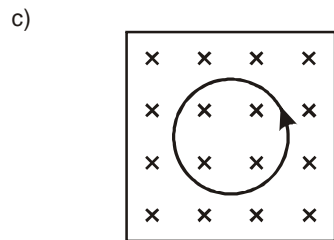
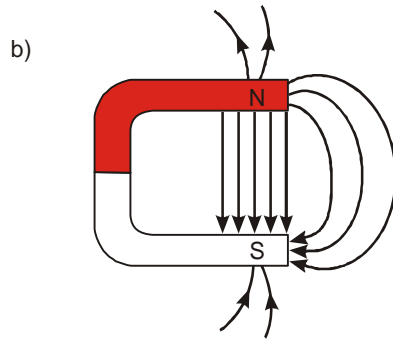
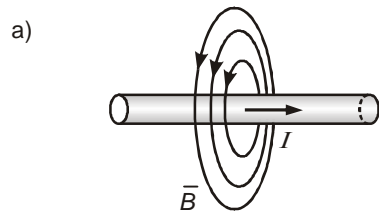
10. c) Värähtelypiirin ominaisresonanssitaajuus on $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

Korotetaan yhtälö neliöön, jolloin saadaan $f_0^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}$.

Tästä yhtälöstä kapasitanssi on

$$C = \frac{1}{4\pi^2 L f_0^2} = \frac{1}{4\pi^2 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot (97,7 \cdot 10^6 \text{ 1/s})^2} \approx 18 \text{ fF}.$$

11.



Huomaa, että pohjoisnavalla on magneettinen eteläkohtio. Siksi kenttäviivojen suunta on kohti pohjoisnapaa.

12. a) Deklinaatio eli eranto on magneettineulan poikkeama kartan pohjois-eteläsuunnasta. Inklinaatio taas on magneettineulan kallistuma vaakatasosta. Vapaasti liikkuvan magneettineulan pohjoispää osoittaa Suomessa vinosti maapallon sisään. Helsingissä Maan magneettikentän magneettivuon tiheys on noin $50\mu\text{T}$, deklinaatio 4° itään päin ja inklinaatio 73° .

b) Aurinkotuuli tarkoittaa Auringosta lähtevää jatkuvaa ionisoituneiden hiukkasten virtaa, lähinnä elektroneja ja protoneja. Maan magneettikenttä estää aurinkotuulen pääsyä Maan pinnalle ja toimii siten suojaavana tekijänä. Samalla tavalla magneettikenttä suojaa kosmiselta säteilyltä, samoin esim. toisista tähdistä tulevilta suurienergisiltä hiukkasilta. Hiukkaspommitukset aiheuttavat häiriöitä mm. mikropiirien toimintaan ja lyhentävät piirien toimintaikää. Mm. satelliitit joutuvat voimakkaasti alttiiksi magneettisille myrskyille.

c) Revontulet syntyvät, kun Auringosta tulevat hiukkaset törmäilevät ilmakehässä oleviin hiukkasiin ja nämä virittyvät. Kun viritystilat purkautuvat, taivaalla nähdään värikkäitä revontulia. Eri atomit lähettävät eriväristä valoa. Maan magneettikentän muoto on sellainen, että hiukkaset pääsevät ilmakehässä sopivalle korkeudelle juuri napa-alueilla, jossa magneettikenttä suuntautuu jyrkästi kohti maan pintaa. Tällöin avaruudesta tulevien hiukkasten nopeus voi olla likimain magneettikentän suuntainen, jolloin magneettinen voimavaikutus varauksellisiin hiukkasiin jää vähäiseksi. Päiväntasaajalla ja sen molemmin puolin maan magneettikenttä on likimain maan pinnan suuntainen, joten maan pintaa kohti saapuvien hiukkasten nopeus on likimain kohtisuorassa magneettikenttää vastaan, joten varauksellisten hiukkasten radat kaartuvat. Samalla hiukkaset menettävät energiaa törmätessään ilman molekyyliin ja atomeihin, jolloin hiukkasten nopeus pienenee. Hiukkasten radoista tulee spiraaleja tai ruuviviivoja, joiden säde pienenee.

d) Maan ytimessä tapahtuvat virtaukset aiheuttavat pyörteitä. Näistä pyörteistä johtuu Maan magneettikentän muutokset. Pyörteet liikkuvat vuosien kuluessa eri paikkoihin.

Maapallon magneettiset navat vaeltavat koko ajan maantieteellisten napojen tuntumassa. Navat ovat myös vaihtaneet keskenään paikkaa useita kertoja. Napaisuuden vaihtumiseen kuluu n. 10 000 vuotta. Napaisuuden muutos johtuu Maan sulan ytimen liikkeistä. Magneettiset myrskyt aiheuttavat nopeita muutoksia Maan magneettikentässä. Myrskyt voidaan havaita mm. häiriöinä tietoliikenteessä.

Lisäksi kallioperän mineraalit ovat jakautuneet epätasaisesti, joten tietyillä alueilla voidaan havaita paikallisia muutoksia magneettikentässä.

13. Koska deklinaatio on $\theta = 0^\circ$, Maan magneettikentän \vec{B}_M suunta on suoraan pohjoiseen. Virtajohtimen magneettikentän vuoviivat ovat johdinta kiertäviä ympyröitä ja kompassin kohdalla vuon tiheys \vec{B}_I suuntautuu täten kaakkoon. Kompassineula asettuu summakentän $\vec{B} = \vec{B}_M + \vec{B}_I$ suuntaiseksi.

$$B_I = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am} \cdot 55 \text{ A}}{2\pi \cdot 1,4 \text{ m}} \approx 7,857 \mu\text{T}.$$

Virhekulman tangenti on $\tan \varphi = \frac{B_x}{B_y}$, jossa

$$B_x = B_I \sin \theta = B_I \sin 45^\circ = \frac{7,857 \mu\text{T}}{\sqrt{2}}$$

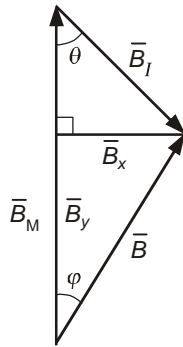
ja

$$B_y = B_M - B_I \cos \theta = B_M - B_I \cos 45^\circ = 14 \mu\text{T} - \frac{7,857 \mu\text{T}}{\sqrt{2}}.$$

Yhtälöstä

$$\tan \varphi = \frac{\frac{7,857 \mu\text{T}}{\sqrt{2}}}{14 \mu\text{T} - \frac{7,857 \mu\text{T}}{\sqrt{2}}} \approx 0,6579$$

virhekulmaksi saadaan $\varphi \approx 33^\circ$. Virheen suunta on itään.



14. a) D-kohtioiden välissä ionia kiihdytetään sähkökentän avulla. Koska ionin tulovauhti magneettikenttään suurenee, myös radan säde suurenee.

b) Newtonin II lain mukaan hiukkasen liikeyhtälö on $\sum \vec{F} = m\vec{a}$.

Magneettinen voima pakottaa hiukkasen ympyräradalle. Magneettinen

voima on $F_m = qvB$ ja normaalikihtiyyvyys $a = \frac{v^2}{r}$. Hiukkasen suurin liike-

energia on $E = \frac{1}{2}mv^2$, joten suurin nopeus on $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$.

Ympyräradalla olevan magneettikentässä liikkuvan hiukkasen liikeyhtälöksi saadaan $qvB = m\frac{v^2}{r}$, josta ratkaistuna magneettivuon tiheys on

$$B = \frac{mv}{qr} = \frac{m\sqrt{\frac{2E}{m}}}{qr} = \frac{\sqrt{m \cdot 2E}}{qr} \\ = \frac{\sqrt{3,016 \cdot 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 2 \cdot 7,0 \cdot 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}}}{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,03 \text{ m}} \approx 0,32 \text{ T}.$$

Syklotronin taajuus on

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{s/v} = \frac{1}{2\pi r/v} = \frac{v}{2\pi r} = \frac{\sqrt{\frac{2E}{m}}}{2\pi r} = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot 7,0 \cdot 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{3,016 \cdot 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}}}{2\pi \cdot 1,03 \text{ m}} \\ \approx 3,3 \text{ MHz}$$

15. a) Kaikkien hiukkasten nopeuden suunta on aluksi alhaalta ylös. Oikean käden sormisäännön perusteella voidaan päätellä, että α -hiukkasella on positiivinen sähkövaraus ja β -hiukkasella negatiivinen. Gammakvantti on varaukseton, koska sen rata ei kaareudu magneettikentässä. (Kyseessä ovat radioaktiivisessa hajoamisessa syntyvän säteilyn eri lajit, alfasäteily, beetasäteily ja gammasäteily.)

b) Protonin massa on $m_p = 1,007 \text{ u}$ ja varaus $q_p = +e$. α -hiukkasen massa on $m_\alpha = 4,002 \text{ u}$, varaus $q_\alpha = +2e$ ja se on kiihdytetty jännitteellä $U_\alpha = 32 \text{ kV}$. Varatun hiukkasen saapuessa kohtisuorasti homogeeniseen magneettikenttään hiukkasen liikeyhtälö Newtonin II lain mukaan on $\sum \vec{F} = m\vec{a}$. Magneettinen voima pakottaa hiukkasen ympyräradalle. Magneettinen voima on $F_m = qvB$, ja hiukkasen normaalikiihtyvyys $a = \frac{v^2}{r}$.

Levosta lähteneen, jännitteellä U kiihdytetyn hiukkasen liike-energia on

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = qU, \text{ josta loppunopeus on } v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}.$$

Ympyräradalla olevan magneettikentässä liikkuvan hiukkasen liikeyhtälö on

$$qvB = m\frac{v^2}{r}, \text{ josta ympyräradan säde on } r = \frac{mv}{qB}.$$

Tähän yhtälöön sijoitetaan loppunopeus $v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$, jolloin radan säteeksi saadaan

$$r = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2mU}{qB^2}}.$$

Jotta protonin ja α -hiukkasen ratojen säteet olisivat yhtä suuret, on oltava

$$\sqrt{\frac{2m_p U_p}{q_p B^2}} = \sqrt{\frac{2m_\alpha U_\alpha}{q_\alpha B^2}}.$$

Protonin kiihdytysjännite on

$$U_p = \frac{m_\alpha q_p U_\alpha}{m_p q_\alpha} = \frac{4,002 \text{ u} \cdot e}{1,007 \text{ u} \cdot 2e} \cdot 32 \text{ kV} \approx 64 \text{ kV}.$$

16. Huomaa, että kuvassa kalvo on niin ohut, että radan kaartumista ei voi piirtää oikeassa mittakaavassa.

Newtonin II lain mukaan hiukkasen liikeyhtälö on $\sum \vec{F} = m\vec{a}$.

Magneettinen voima pakottaa hiukkasen ympyräradalle. Magneettinen

voima on $F_m = qvB$, ja hiukkasen normaalikiihtyvyys $a = \frac{v^2}{r}$.

Ympyräradalla liikkuvan hiukkasen skalaariyhtälöksi saadaan $qvB = m \frac{v^2}{r}$.

Yhtälöstä hiukkasen nopeus on $v = \frac{qBr}{m}$.

Protonin liike-energia on

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{qBr}{m}\right)^2 = \frac{(qBr)^2}{2m}$$

ja sen muutos

$$\begin{aligned} \Delta E_k &= E_{k2} - E_{k1} = \frac{(qBr_2)^2}{2m} - \frac{(qBr_1)^2}{2m} = \frac{(qB)^2}{2m}(r_2^2 - r_1^2) \\ &= \frac{(1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,55 \text{ T})^2}{2 \cdot 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \left((0,14 \text{ m})^2 - (0,22 \text{ m})^2 \right) \\ &\approx -6,682 \cdot 10^{-14} \text{ J} \approx -417,1 \text{ keV} \approx -420 \text{ keV}. \end{aligned}$$

Liike-energia pienenee 420 keV. Energian menetys kuljettua matkaa kohden

kultakalvossa on $\frac{\Delta E}{\Delta x} = -160 \text{ keV} / \mu\text{m}$, joten kalvon paksuus on

$$x = \frac{\Delta E_k}{\Delta E / \Delta x} = \frac{-417,1 \text{ keV}}{-160 \text{ keV} / \mu\text{m}} \approx 2,6 \mu\text{m}.$$

17. Protoniin kohdistuvan voiman suuruus on $F_m = qvB$, jossa magneettivuon tiheys on $B = \frac{\Phi}{A}$. Voima on

$$F_m = \frac{qv\Phi}{A} = \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 8,5 \text{ Mm/s} \cdot 3,5 \mu\text{Wb}}{15 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \approx 3,2 \text{ fN}.$$

18. Newtonin II lain mukaan hiukkasen liikeyhtälö on $\sum \vec{F} = m\vec{a}$. Magneettinen voima pakottaa hiukkasen ympyräradalle. Magneettinen voima on $F_m = qvB$, ja hiukkasen normaalikihtiävyys $a = \frac{v^2}{r}$.

Ympyräradalla liikkuvan hiukkasen skalaariyhtälö on $qvB = m \frac{v^2}{r}$.

Yhtälöstä ratkaistaan hiukkasen nopeus, joka on $v = \frac{qBr}{m}$.

Toisaalta nopeus on $v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T}$.

Eri tavoin esitettyjen nopeuksien avulla saadaan yhtälö $\frac{qBr}{m} = \frac{2\pi r}{T}$.

Kiertoaika on

$$T = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi \cdot 6,645 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,4 \text{ T}} \approx 93 \text{ ns}.$$

19. a) Massaspektrometria käytetään fysikaalisessa tutkimuksessa ja ionien ominaisvarauksien sekä atomien ja molekyylien massojen määrittämisessä. Massaspektrometrin toiminta perustuu siihen, että ionien radat sähkö- ja magneettikentissä riippuvat ionien ominaisvarauksesta.

b) Tutkittavat atomit täytyy ionisoida, sillä sähkö- ja magneettikentän avulla voidaan ohjata vain varauksisia hiukkasia. Ionit ohjataan kiihdyttävään sähkökenttään, jossa ne saavat massasta ja varauksesta riippuvan nopeuden. Ionit tulevat ns. nopeusvalitsimeen kohtisuorasti sen magneettikenttää ja sähkökenttää vastaan. Nopeusvalitsimesta tulevalla ionilla on vain tietty nopeus. Sähkö- ja magneettikentän aiheuttamat voimat ovat vastakkaisuuntaiset, jolloin tietyllä nopeudella valitsimeen tulevien ionien rata on suora. Sitten ionit ohjataan kohtisuorasti magneettikenttään, jossa ne kulkevat puoliympyrän muotoisia ratoja. Lopulta ionit osuvat esimerkiksi tietokoneeseen kytkettyihin ilmaisimiin tai valokuvauslevyille. Ionien ratojen säteet riippuvat vain ionien massasta ja varauksesta sekä etenemisvauhdista ja magneettivuon tiheydestä.

c) Kaikkien niiden ionien, joilla on sama ominaisvaraus, ratojen säteet ovat yhtä suuret. Täten saman alkuaineen eri isotoopit erottuvat toisistaan, koska niillä on eri massat. Kenttä siis jakaa hiukkaset eri radoille. Isotooppien lisäksi voidaan määrittää alkuaineiden eri isotooppien esiintymisrunsaus.

20. a) Suoraan virtajohtimeen, joka on kohtisuorasti magneettikenttää vastaan, kohdistuu magneettinen voima, jonka suuruus on $F_m = IlB$. Tästä ratkaistuna magneettivuon tiheys on

$$B = \frac{F_m}{Il} = \frac{55 \text{ mN}}{4,0 \text{ A} \cdot 0,045 \text{ m}} \approx 0,31 \text{ T}.$$

b) Jotta silmukka jatkaisi etenemistä tasaisella nopeudella, Newtonin I lain mukaan on oltava $\sum \vec{F} = \vec{0}$, joka skalaariyhtälönä on $F_m - F = 0$. Silmukkaa on vedettävä voimalla, joka on yhtä suuri mutta vastakkaisuuntainen magneettisen voiman kanssa: $F = F_m = IlB$, jossa

$I = \frac{e}{R}$ on johtimessa kulkeva virta, e on silmukan etureunaan indusoitunut

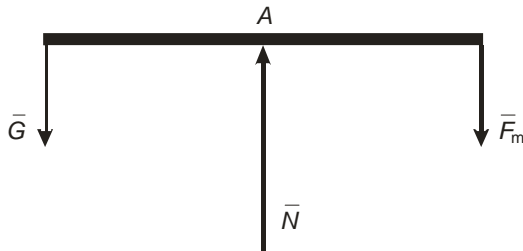
jännite, jonka suuruus on $e = lvB$. Silmukassa kulkeva virta on $I = \frac{lvB}{R}$.

Tarvittavan voiman suuruus on

$$F = IlB = \frac{lvB}{R} lB = \frac{l^2 v B^2}{R} = \frac{(0,060 \text{ m})^2 \cdot 2,0 \text{ m/s} \cdot (0,20 \text{ T})^2}{5,0 \text{ m}\Omega} \approx 58 \text{ mN}.$$

21. a) Vaakakupissa olevan punnuksen paino pyrkii vääntämään vaa'an vartta vinoon. Vaaka on tasapainoasennossa, kun varsi on vaakasuorassa asennossa. Silloin virtasilmukkaan vaikuttavan magneettisen voiman suunnan tulee olla alaspäin. (Silmukan pystysuoriin osiin vaikuttava voima ei vaikuta vaa'an lukemaan.) Oikean käden sormisäännöstä voidaan päätellä sähkövirran suunnan olevan silmukassa myötäpäivään.

b)



Vaakasysteemiin vaikuttavat voimat ovat punnuksen painovoima \vec{G} , vaa'an akselin tukivoima \vec{N} ja silmukkaan kohdistuva magneettinen voima \vec{F}_m . Vaaka on tasapainossa pyörimisen suhteen, kun $\sum M = 0$. Valitaan momenttipisteeksi piste A , jolloin saadaan yhtälö $G \cdot d - F_m \cdot d = 0$ ja edelleen $F_m = G$ ja $BIl = mg$. Magneettivuon tiheys on

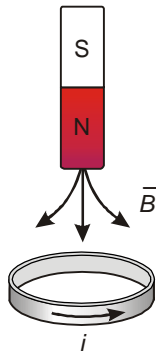
$$B = \frac{mg}{Il} = \frac{0,0065 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\frac{220 \text{ V}}{5,0 \Omega} \cdot 0,15 \text{ m}} \approx 9,7 \text{ mT}.$$

22. a) Väärin. Diamagneettiset aineet heikentävät ulkoista magneettikenttää. Kupari on diamagneettinen, mutta alumiini ei (se on paramagneettinen).

b) Totta. Suprajohteille resistiivisyys on (likimain) nolla. Kun suprajohteeseen synnytetään sähkövirta, se kulkee häviöttömästi tässä piirissä eikä potentiaalin alenemista tapahdu. Tällöin ei tarvita jatkuvaa sähköenergiaa virran ylläpitämiseen. (Energiaa tarvitaan kylläkin suprajohteen alhaisen lämpötilan ylläpitämiseen.)

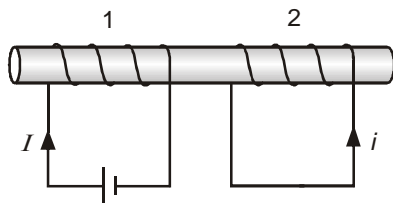
c) Totta. Esimerkiksi meltoraudalle suhteellinen permeabiliteetti on $\mu_r \approx 20000$. Paramagneettisille aineille suhteellinen permeabiliteetti on suuruusluokkaa $\mu_r \approx 1$.

23. a) Kun kestopagneetti on putoamassa käämin läpi, käämi on vahvistuvassa magneettikentässä. Lenzin lain mukaan siihen indusoituu jännite. Induktiovirran suunta on sellainen, että se vastustaa ulkoista (vahvistuvaa) kenttää. Induktiovirran suunta näkyy kuvassa. Kun magneetti on pudonnut käämin läpi, induktiovirran suunta muuttuu vastakkaiseksi.



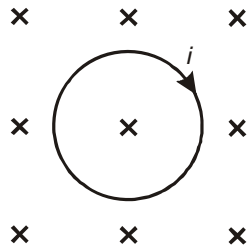
b) Koska käämeillä on yhteinen rautasydän, ne ovat induktiivisesti kytketyt. Vaihtovirran vuoksi käämissä 1 magneettivuo muuttuu jatkuvasti. Siksi käämiin 2 indusoituu jatkuva (muuttuva) induktiojännite.

c) Kun käämissä 1 kulkee tasavirta, käämiin 2 ei indusoidu jännitettä (eikä virtaa). Induktiojännite havaitaan ainoastaan sähkövirran kytkemis- ja katkaisuhetkellä. Virran kytkemishetkellä käämissä 2 induktiovirran (i) suunta on kuvan mukainen.



d) Homogeenisessä magneettikentässä magneettivuon tiheys on vakio. Kun silmukka on kentässä paikallaan, magneettivuo Φ sen läpi on vakio. Induktiota ei tapahdu.

e) Kun magneettikenttä heikkenee, silmukkaan indusoituu jännite. Lenzin lain mukaan induktiovirran suunta on sellainen, että se pyrkii vastustamaan ulkoista (heikkenevää) kenttää. Piirroksessa on yksi esimerkkitapaus.



f) Kyseessä on käämin itseinduktio. Sen vuoksi sähkövirta ei kytkeydy virtapiiriin heti, vaan pienellä viiveellä. Samasta syystä virran katkeaminen viivästyy piirissä.

24. a) Kaksi induktiivisesti kytkettyä käämiä muodostavat muuntajan. Yhteisellä rautasydämellä saadaan aikaan suuri keskinäisinduktanssi. Primäärikäämiin syötetyn vaihtovirran synnyttämä muuttuva magneettivuo indusoi sekundäärikäämiin jännitteen, jonka suuruus riippuu käämien kierrosluvuista.

b) Induktiojarru perustuu pyörrevirtojen syntymiseen. Magneetin napojen välissä pyörii metallinen pyörä. Pyörän eri osissa magneettivuo muuttuu jatkuvasti synnyttäen pyörrevirtoja. Näistä aiheutuu Lenzin lain mukaisesti pyörän liikettä jarruttava voima, samalla mekaaninen energia muuntuu resistanssin vaikutuksesta lämmöksi.

c) Induktiouunissa käytetään hyväksi pyörrevirtojen lämpövaikutusta. Sähkömagneettien suurtaajuisilla magneettikentillä synnytetään sähköä johtavaan (kuumennettavaan) aineeseen pyörrevirtoja. Pyörrevirrat kuumentavat metallia Joulen lain mukaisesti teholla $P = RI^2$.

25. Raketin siipien kärkien välille indusoituva jännite on

$$e = lvB \sin \alpha = 27 \text{ m} \cdot 450 \text{ m/s} \cdot 12 \mu\text{T} \cdot \sin 65^\circ \approx 0,13 \text{ V} .$$

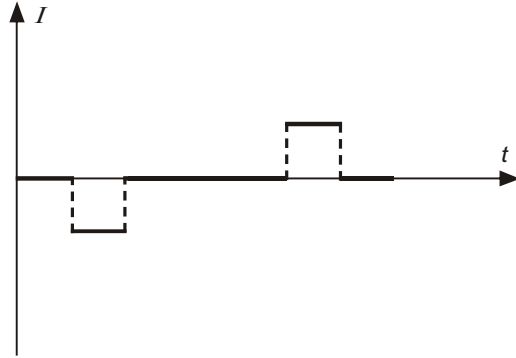
26. Auton antenniin indusoituva jännite on $e = lvB$, kun sekä auton nopeus \bar{v} että antenni ovat kohtisuorassa magneettivuontiheyttä \bar{B} vastaan, ja antennin pituus on l .

Auton nopeus on

$$v = \frac{e}{lB} = \frac{1,5 \text{ V}}{1,1 \text{ m} \cdot 25 \mu\text{T}} \approx 55 \text{ km/s} .$$

27. a) Käämit 1 ja 2 ovat induktiivisesti kytkettyjä. Kun kytkin suljetaan, piirin 1 kasvava virta synnyttää kasvavan magneettivuon käämiin 2. Syntyy induktiojännite ja induktiovirta, jota mittari osoittaa.

b) Silmukan mennessä kenttään magneettivuon muutos ja induktiovirta ovat vakioita, samoin silmukan tullessa pois kentästä. Kun silmukka on kentässä, sähkövirta on nolla, koska magneettivuo ei muutu.



c) Sauvamagneetin pudotessa kohti silmukkaa alaspäin suuntautuva magneettivuon tiheys silmukan sisällä kasvaa. Silmukkaan syntyvä virta synnyttää vastakkaisuuntaisen, ylöspäin suuntautuvan magneettivuon tiheyden. Virran suunta silmukan etureunassa on oikealle.

28. Käämiin johdettu virta aiheuttaa käämiin itseinduktiojännitteen, joka riippuu käämin induktanssista ja virran muutosnopeudesta.

Itseinduktiojännite on $e = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$.

Aikavälillä $0 \text{ s} - 0,010 \text{ s}$ jännite on

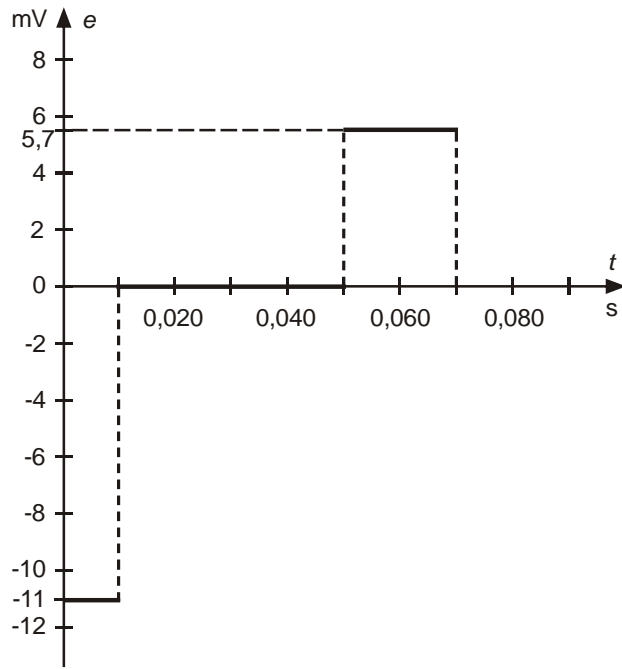
$$e = -38 \text{ mH} \cdot \frac{3,0 \text{ mA} - 0 \text{ mA}}{0,010 \text{ s} - 0 \text{ s}} \approx -11 \text{ mV}.$$

Aikavälillä $0,010 \text{ s} - 0,050 \text{ s}$ jännite on

$$e = -38 \text{ mH} \cdot \frac{0 \text{ mA} - 0 \text{ mA}}{0,050 \text{ s} - 0,010 \text{ s}} \approx 0 \text{ mV}.$$

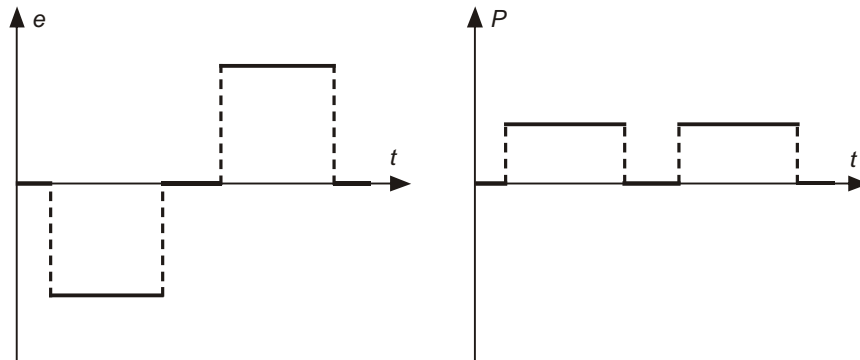
Aikavälillä $0,050 \text{ s} - 0,070 \text{ s}$ jännite on

$$e = -38 \text{ mH} \cdot \frac{0 \text{ mA} - 3,0 \text{ mA}}{0,070 \text{ s} - 0,050 \text{ s}} \approx 5,7 \text{ mV}.$$



29. Indusoitunut jännite on $e = -L \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, joten jännite on suoraan verrannollinen magneettivuon muutosnopeuteen. Koska vuon muutosnopeus on tasainen, jännite on vakio, ja jos vuo ei muutu, jännite on nolla.

Jos indusoitunut virta on i , teho on $P = ei = \frac{e^2}{R}$, joten se on nolla jos ja vain jos jännite on nolla. Muuten teho on positiivinen.



30. a) Kun kytkin S suljetaan, virtapiirissä alkaa kulkea sähkövirta myötöpäivään (metallitangossa ylhäältä alas). Sähkövirran suuruus on

$$I = \frac{E}{R} = \frac{12,0 \text{ V}}{5,0 \Omega} = 2,4 \text{ A}.$$

Tällöin magneettikenttä vaikuttaa johtimeen voimalla

$$F_m = ILB = 2,4 \text{ A} \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 1,4 \text{ T} = 0,84 \text{ N}.$$

Voiman suunta voidaan päätellä oikean käden säännöstä, se on kuvassa oikealle. Tangon liikeyhtälö on $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$.

Tangon kiihtyvyys on

$$a = \frac{F_m}{m} = \frac{0,84 \text{ N}}{0,20 \text{ kg}} = 4,2 \text{ m/s}^2 \text{ oikealle.}$$

b) Kun tanko liikkuu (kuvassa oikealle), sen rajaaman silmukan pinta-ala kasvaa ja magneettivuo Φ kasvaa. Olkoon tangon siirtymämatka oikealle Δx . Silmukkaan indusoituu jännite

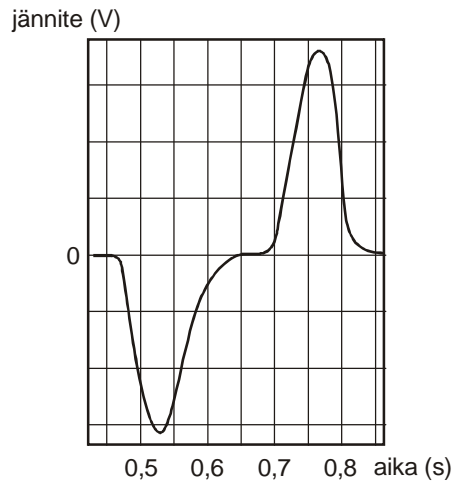
$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{B\Delta A}{\Delta t} = -\frac{BL\Delta x}{\Delta t} = -BLv,$$

joka on vastakkaisuuntainen lähdejännitteelle. Tankoon vaikuttaa vain magneettinen voima, jonka suuruus on $F_m = ILB$, missä I on tangossa kulkeva virta. Kun tanko liikkuu vakionopeudella, Newtonin I lain perusteella tankoon vaikuttavien voimien summa on nolla, joten $F_m = 0$, siksi myös virta $I = 0$. Koska virta ei kulje, tangon päiden välinen jännite on myös nolla, eli induktiojännite on itseisarvoltaan yhtä suuri kuin lähdejännite. Tällöin tangon nopeus on

$$v = \frac{|e|}{BL} = \frac{E}{BL} = \frac{12,0 \text{ V}}{1,4 \text{ T} \cdot 0,25 \text{ m}} \approx 34 \text{ m/s}.$$

31. a) Induktiolieden sisällä on käämi, jossa kulkee vaihtovirta. Kun liedellä on metallinen kattila, tähän indusoituu jatkuvasti muuttuvan magneettikentän vuoksi pyörrevirtoja. Pyörrevirtojen takia kattila (ja siinä oleva ruoka) kuumenee. Jos astia ei ole metallinen, pyörrevirtoja ei synny. Siksi lasisessa vuoassa olevan piirakan sulamista ei voi nopeuttaa induktioliedellä.

b) Induktiojännitteen kuvaaja ajan funktiona on pääpiirteissään seuraava:



Ajanhetkeen $t = 0,47\text{s}$ asti sähkövirtaa ei ole, eikä käämiin 2 indusoidu jännitettä. Aikavälillä $0,47\text{ s} - 0,65\text{ s}$ sähkövirta kasvaa, joten tällä aikavälillä käämissä 2 havaitaan induktiojännite. Koska virta suurenee, käämin 1 magneettikenttä vahvistuu. Lenzin lain mukaan käämiin 2 indusoituu jännite, joka vastustaa tätä muutosta. Siksi induktiojännite on negatiivinen.

Aikavälillä $0,65\text{ s} - 0,68\text{ s}$ sähkövirta on vakio, eikä induktiota tapahdu.

Kun sähkövirta pienenee aikavälillä $0,68\text{ s} - 0,82\text{ s}$, käämiin 2 indusoituu positiivinen jännite.

Hetken $t = 0,82\text{s}$ jälkeen sähkövirta on nolla, eikä induktiota tapahdu.

Käämiin indusoituva jännite on

$$e = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta(BA)}{\Delta t}.$$

Kyseisessä mittauksessa käämiin 2 indusoituneen jännitteen muutokset johtuvat magneettivuon muutoksista, ts. sähkövirran muutoksista (käämin kierrosluku ja pinta-ala ovat vakioita). Tarkempi muoto induktiojännitteen kuvaajalle saadaan tarkastelemalla virran kuvaajan muuttumisnopeutta eli derivaattaa. Induktiojännitteellä on maksimit ajanhetkillä

$t = 0,52\text{s}$ ja $t = 0,77\text{s}$, koska tuolloin sähkövirran muutosnopeus on suurin (kuvaaja on jyrkin).

Koska tehtävässä ei ole mainittu tietoja käämeistä (kierrosluvut, induktanssit ym.) induktiojännitteen arvojen laskeminen ei ole mahdollista.

32. a) Käämin itseinduktio hidastaa sähkövirran muodostumista. Näin sähkövirta ei heti kasva suurimpaan arvoonsa.

b) Tien asfalttipinnan alle on upotettuna johdinsilmukka, jossa on 3-4 silmukkaa eli asfaltin sisään on upotettu käämi. Kun auto saapuu käämin päälle, käämi saa "rautasydämen". Silloin käämin induktanssi muuttuu. Induktanssin muutos voidaan huomata.

33. a) Auton akusta saadaan tasavirtaa puolan käämiin. Katkoja katkaisee tämän sähkövirran eli ensiöpuolen sähkövirran. Silloin puolan toisiokäämiin indusoituu hyvin suuri jännite, koska sähkövirta kytkeytyy päälle ja pois nopeasti (virta muuttuu nopeasti). Sähköpurkauskipinä johtuu siitä, että toisiopuolen jännite on niin suuri, että se ylittää läpilyöntirajan.

b) Käämiin sisään saadaan muuttuva magneettikenttä. Vaihtovirta on suuritaajuinen. Upokkaassa oleva metalli sulaa siihen syntyvien pyörrevirtojen vaikutuksesta, koska metallilla on resistanssia ja metalli lämpenee, kun sähkövirta on suuri.

34. Sähkövirran muutos on

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{-2,6 \text{ A}}{0,0040 \text{ s}} = -650 \text{ A/s.}$$

Käämiin indusoituva jännite on $e = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$,

josta saadaan käämin induktanssiksi

$$L = -\frac{e}{\frac{\Delta I}{\Delta t}} = \frac{-3,8 \text{ V}}{-650 \text{ A/s}} = 5,85 \text{ mH.}$$

Magneettikenttään oli aluksi varastoitunut energiaa

$$E = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,00585 \text{ H} \cdot (2,6 \text{ A})^2 \approx 20 \text{ mJ.}$$

35. a) Käämiin indusoituu jännite aina, kun se on muuttuvassa magneettikentässä. Sauvamagneetin kenttä pysyy samanlaisena, mutta magneetin liike (pyöriminen) aiheuttaa muutoksen. Kun magneetti pyörii keskellä käämiä, pyörimisliike on säännöllistä ja jaksollista. Siksi syntynyt jännite on sinimuotoista.

1° Magneetin nostaminen ylemmäs heikentää induktiojännitettä.

2° Magneetin siirtäminen sivuun (pois käämin keskeltä) tekee magneettikentän muutoksista epäsäännöllisiä. Käämiin indusoituu edelleen jännite, mutta se ei ole enää sinimuotoista.

b) Vaihtojännitteen jaksonaika on $T = 10 \text{ ms}$ ja taajuus

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,010 \text{ s}} = 100 \text{ Hz.}$$

Jännitteen huippuarvo on $\hat{u} = 400 \text{ V}$ ja tehollinen arvo

$$U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} = \frac{400 \text{ V}}{\sqrt{2}} \approx 280 \text{ V.}$$

36. a) Ohmin lain yleinen muoto on $U = ZI$. Yleismittarit ilmoittavat teholliset arvot U ja I . Piirin impedanssi on

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{25 \text{ V}}{0,120 \text{ A}} \approx 210 \Omega.$$

b) Kaikki kolme suuretta kuvaavat komponentin, virtapiirin tai laitteen kykyä vastustaa sähkövirran kulkua. Resistanssia R käytetään, kun tarkoitetaan vastuksen kykyä vastustaa tasavirtaa. Impedanssi Z kuvaa virtapiirin kykyä vastustaa vaihtovirran kulkua. Jos vaihtovirtapiirissä on vain vastus (tai vastuksia), impedanssi on sama asia kuin resistanssi. Jos kyseessä on RCL -piiri, impedanssi koostuu jokaisen komponentin sähkövirtaa vastustavasta tekijästä. Vaihe-eroista johtuen tekijöitä ei voi vain summata yhteen.

Kapasiivinen reaktanssi X_C kuvaa kondensaattorin kykyä vastustaa vaihtovirran kulkua, induktiivinen reaktanssi X_L käämin vastaavaa kykyä.

RCL -piirin impedanssin lauseke on $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$. Kaikkien näiden suureiden yksikkö on 1Ω .

37. Käämiin indusoituvan jännitteen huippuarvo on

$$\hat{e} = NBA\omega = 25 \cdot 0,30 \text{ T} \cdot 85 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 314 \frac{1}{\text{s}} \approx 20,02 \text{ V} \approx 20 \text{ V}.$$

Tehollinen arvo on

$$e = \frac{\hat{e}}{\sqrt{2}} = \frac{20,02 \text{ V}}{\sqrt{2}} \approx 14 \text{ V}.$$

38. a) Kun vastus on kytketty vaihtojännitelähteeseen, jännite ja sähkövirta ovat samassa vaiheessa ja vaihe-ero $\varphi = 0^\circ$.

b) Käämissä tapahtuvan itseinduktion vuoksi sähkövirta jää jännitteestä jälkeen. Käämille vaihe-ero on $+90^\circ$. Kyseinen käämi on kuitenkin ideaalinen ts. sillä ei ole ollenkaan resistanssia.

c) Kondensaattorilla vaihe-ero on -90° . Tämä johtuu kondensaattorin latautumisesta. Siksi sähkövirta on jännitettä edellä.

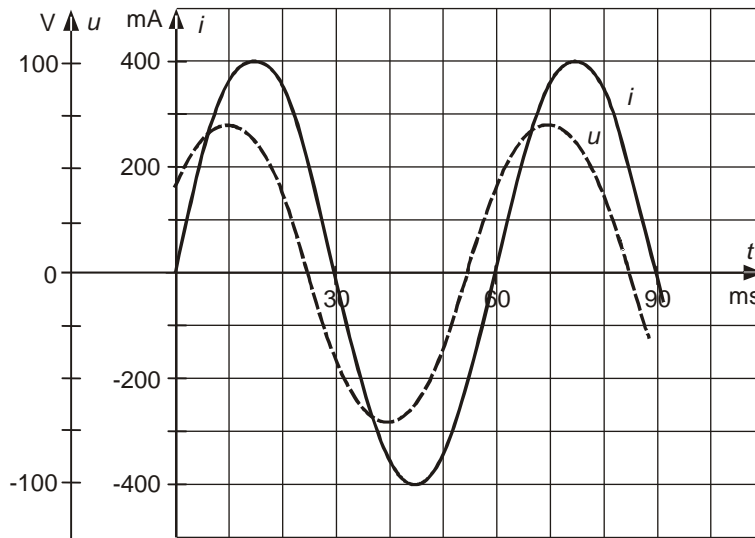
d) Todellisilla käämeillä on johdinmateriaalista johtuen aina jonkinlainen resistanssi. Resistanssin vuoksi käämissä vaihe-ero on $0^\circ < \varphi < +90^\circ$.

e) Vaihe-erosta johtuen esim. yleistetty Ohmin laki $U = ZI$ ei ole voimassa vaihtovirtapiireissä huippuarvoille (se on voimassa tehollisille arvoille ja hetkellisille arvoille). Vaihe-erosta johtuen myöskään esim. Kirchhoffin I laki ei sellaisenaan ole voimassa vaihtovirtapiireissä. Vaihe-ero vaikuttaa myös virtapiirin tehoon $P = UI \cos \varphi$.

39. Kuvaajasta nähdään, että sähkövirran jaksonaika on 60 ms ja huippuarvo $\hat{i} = 400 \text{ mA}$. Jännitteen huippuarvo on

$$\hat{u} = Z\hat{i} = 175 \Omega \cdot 0,400 \text{ A} = 70 \text{ V}.$$

Koska vaihe-ero on 0,542 rad, jännite on virtaa edellä ajallisesti $\frac{0,524 \text{ rad}}{2\pi \text{ rad}} \cdot 60 \text{ ms} = 5,0 \text{ ms}$ verran. Piirretään siis jännitteen kuvaaja siten, että sillä on huippuarvo 70 V ensimmäisen kerran jo ajanhetkellä $t = 10 \text{ ms}$. Jännitteen jaksonaika on sama kuin virrankin, 60 ms.



40. a) Käämin induktiivinen reaktanssi on $X_L = 2\pi fL$, joten se kaksinkertaistuu, jos 1) käämin induktanssi L kaksinkertaistuu tai 2) vaihtovirran taajuus f kaksinkertaistuu.

b) Käämin induktiivinen reaktanssi on

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot 0,25 \text{ H} \approx 79 \Omega.$$

41. Käämissä kulkeva sähkövirta on $I = \frac{U}{Z}$. Koska resistanssi on pieni ($R \approx 0$), impedanssi ja induktiivinen reaktanssi ovat likimain yhtä suuria eli

$$Z \approx X_L = 2\pi fL,$$

jolloin virta on

$$I = \frac{U}{2\pi fL} = \frac{15 \text{ V}}{2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot 0,22 \text{ H}} \approx 0,22 \text{ A}.$$

42. Impedanssi on

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(450\ \Omega)^2 + (654\ \Omega - 350\ \Omega)^2} \approx 543,1\ \Omega \approx 540\ \Omega$$

Napajännitteen tehollinen arvo on

$$U = ZI = 543,1\ \Omega \cdot 0,0500\ \text{A} \approx 27\ \text{V}.$$

43. a) Käämin impedanssi on $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$, josta käämin induktiivinen reaktanssi on

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{(236\ \Omega)^2 - (65\ \Omega)^2} \approx 230\ \Omega.$$

b) Induktioilmiö vastustaa ja siten hidastaa virran muutosta käämissä, jolloin virta ”jää jännitteen jälkeen”. Jos lähdejännite muuttuu niin, että käämin läpi kulkeva virta kasvaa, käämin ympärille syntyy magneettikenttä, johon varastoituu energiaa. Magneettikentän energia on maksimissaan, kun virta on saavuttanut maksimiarvonsa. Jos jännite muuttuu niin, että virta pienenee, induktiojännitteen napaisuus on sama kuin lähdejännitteen napaisuus. Kun virta pienenee, käämiin varastoitunut magneettikentän energia palautuu virtapiiriin. Energian varastoituminen magneettikentän energiaksi tai sen vapautuminen vie aikaa.

c) Kun varaamaton kondensaattori kytketään jännitelähteen napoihin, kondensaattorin levyt alkavat varautua. Jännitelähde tekee työtä siirtäessään elektroneja kohti kondensaattorin negatiivista levyä. Lopulta jännitelähteen ja kondensaattorin samanmerkkiset navat ovat samassa potentiaalissa. Silloin sähkövirta on nolla ja jännite saavuttanut suurimman arvonsa. Energian varastoituminen elektronien potentiaalienergiaksi eli kondensaattorin sähkökentän energiaksi vie aikaa. Samoin elektronien potentiaalienergian vapautuminen virtapiirin energiaksi vie aikaa.

44. a) Keskimääräinen teho on

$$P = UI, \text{ jossa } U = \frac{u_0}{\sqrt{2}}, I = \frac{i_0}{\sqrt{2}} \text{ ja } u_0 = Ri_0.$$

Piiri muuntaa energiaa lämmöksi keskimääräisellä teholla, jonka suuruus on

$$P = \frac{1}{2} Ri_0^2 = \frac{1}{2} 35\ \Omega \cdot (6,2\ \text{A})^2 \approx 670\ \text{W}.$$

b) Tehollinen jännite on $U = \frac{u_0}{\sqrt{2}}$, josta huippujännite on

$$u_0 = U\sqrt{2} = 230\ \text{V} \cdot \sqrt{2} \approx 325\ \text{V}.$$

c) Kolmivaihegeneraattorissa synnytetään yhtäaikaisesti kolme vaihtojännitettä. Näillä on kaikilla sama huippuarvo 230 V ja niiden väliset vaihe-erot ovat 120° . Kuluttajalle kolmivaihevirta johdetaan yhden nollajohtimen ja kolmen vaihejohtimen avulla. Vaihejohtimien välinen tehollinen jännite on 400 V. Tähän jännitteeseen kytketyt suuritehoiset laitteet (kuten liesi ja kiuas) toimivat ns. voimavirralla. Laite kuormittaa tasaisesti kaikkia kolme vaihejohtinta.

45. a) Jännitteiden suhde on $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$, josta toisiojännite on

$$U_2 = \frac{U_1 N_2}{N_1} = \frac{230 \text{ V} \cdot 6}{1200} \approx 1,2 \text{ V}.$$

b) Toisiopuolen virta on

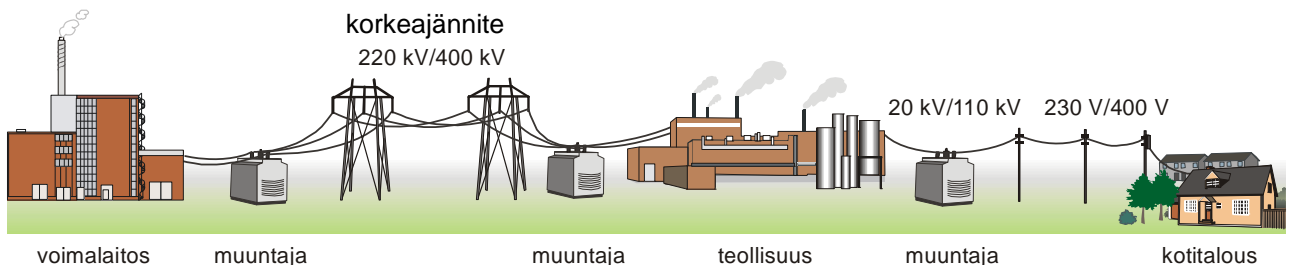
$$I_2 \approx \frac{N_1}{N_2} I_1 \approx \frac{1200}{6} I_1 \approx 200 I_1,$$

joten sähkövirta tulee hyvin suureksi. Energiaa muuntuu lämmöksi likimain teholla $P = RI_2^2$. Rautanaula alkaa hehkua ja sulaa poikki.

46. a) Kuparihäviö on johdinmateriaalin tehohäviö, joka saadaan pieneksi, kun valitaan johdin, jonka resistanssi on pieni. Resistanssiin vaikuttavat johtimen paksuus ja materiaali (sekä pituus). Paksun johtimen resistanssi on pienempi kuin ohuen. Mm. alumiinin ja kuparin resistiivisyys on pieni. Rautahäviö on muuntajan rautasydämessä tapahtuva tehohäviö. Rautasydämeen muodostuu pyörrevirtoja. Pyörrevirtoja saadaan pienennettyä, kun rautasydän valmistetaan ohuista liuskoista.

b) Rautasydämeen indusoituvat pyörrevirrat kuumentavat sydäntä ja aiheuttavat tehohäviöitä. Ohuista liuskoista valmistettuun rautasydämeen indusoituu vähemmän pyörrevirtoja ja sydän kuumenee vähemmän.

47. a)



Pitkien matkojen sähkönsiirto tapahtuu korkeajännitteellä 220 kV tai 400 kV. Korkeajännitteen käyttö pienentää energiahäviöitä eli tekee toiminnasta kannattavampaa. Lyhyemmissä paikallisverkoissa käytetään 20 kV tai 110 kV jännitettä. Kuluttajalle turvallisuussyistä sopivampi jännite on 230 V tai 400 V. Lisäksi muuntajia tarvitaan vielä kotitalouksissa useiden sähkölaitteiden käyttöjännitteen alentamiseen verkkojännitteestä sopivaksi.

b) Kuparisen johtimen resistanssi on

$$R = \rho \frac{l}{A} = 1,678 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m} \cdot \frac{150000 \text{ m}}{1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 16,78 \Omega.$$

Johtimessa kulkevan sähkövirran tehollinen arvo on

$$I = \frac{P}{U} = \frac{10000 \text{ W}}{110000 \text{ V}} = 0,0909 \text{ A}.$$

Jännitehäviö johtimessa on

$$U = RI = 16,78 \Omega \cdot 0,0909 \text{ A} \approx 1,5 \text{ V}.$$

48. RCL-piiriin kytketään vaihtojännitelähteen kanssa sarjaan vastus, kondensaattori ja käämi sekä herkkä virtamittari. Kun jännitteen taajuutta muutetaan (napajännite pidetään vakiona), havaitaan sähkövirran muuttuminen. Tämä johtuu impedanssin muuttumisesta. Resonanssitilanteessa havaitaan sähkövirran maksimi taajuudella

$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. Tällöin piirin impedanssi on pienin mahdollinen eli

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + 0} = R.$$

Käämin induktiivinen reaktanssi ja kondensaattorin kapasitiivinen reaktanssi ovat yhtä suuret.

49. Värähtelypiirin resonanssitaajuus on $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, josta induktanssi on

$$L = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 \cdot C} = \frac{1}{\left(2\pi \cdot 89,9 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{s}}\right)^2 \cdot 32 \cdot 10^{-15} \text{ F}} \approx 0,098 \text{ mH}.$$

50. a) Kun kondensaattori on ladattu, sen sähkökenttään on varastoitunut energiaa

$$E = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \cdot 690 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot (48 \text{ V})^2 = 7,949 \cdot 10^{-7} \text{ J}.$$

Kun kytkimen asentoa muutetaan, syntyy suljettu värähtelypiiri. Piirissä alkaa kulkea sähkövirta ja kondensaattorin sähkökentän energiaa muuttuu käämin magneettikentän energiaksi (ja päinvastoin).

b) Mikäli johtimissa ei tapahdu häviöitä, käämin magneettikenttään voi maksimissaan varastoitua energiaa

$$E = 7,949 \cdot 10^{-7} \text{ J} = \frac{1}{2} LI^2.$$

Sähkövirran suurin arvo on

$$I = \sqrt{\frac{2E}{L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,949 \cdot 10^{-7} \text{ J}}{25 \cdot 10^{-6} \text{ H}}} \approx 250 \text{ mA}.$$

c) Suljetun värähtelypiirin resonanssitaajuus on

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{25 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot 690 \cdot 10^{-12} \text{ F}}} = 1,211 \text{ MHz}.$$

Piiri lähettää sähkömagneettisia radioaaltoja, joiden taajuus on f_0 . Näiden aaltojen aallonpituus on

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,211 \cdot 10^6 \text{ Hz}} \approx 250 \text{ m}.$$

51. a) Yksinkertainen värähtelypiiri on suora johdin, jolla on tietty induktanssi ja kapasitanssi. Suoran johtimen muodostamaa värähtelypiiriä kutsutaan dipoliantenniksi. Dipoliantennin ympärillä vuorottelevat sähkö- ja magneettikenttä. Nämä kentät etenevät antennista ympäristöön sähkömagneettisena aaltoliikkeenä valon nopeudella. Dipoliantennin päissä jännite on suurimmillaan. Dipoliantenni ottaa silloin vastaan säteilyä resonanssitaajuudellaan ulkoiselta värähtelypiiriltä ja antennissa on seisova aaltoliike. Sähkövirran kupukohta on antennin keskellä ja solmut päissä. Jännitteen solmukohta taas on antennin keskellä ja kupukohdat päissä. Antennista lähtevät radioaallot ovat poikittaista aaltoliikettä. Lähetinantennin pituus määrää lähetettävän radioaallon aallonpituuden. Radioaaltojen pituus on $\lambda = 2l$, jossa l on antennin pituus. Vastaanotinantennin ihanteellinen pituus on yhtä suuri kuin puolet vastaanotettavan aallon pituudesta. Käytännössä antenni toimii tietyllä aallonpituusvälillä. Ks. tarkemmin vielä s. 156.

b) Antennin pituus on

$$l = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f} = \frac{2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 95,7 \cdot 10^6 \text{ Hz}} \approx 1,6 \text{ m}.$$

c) Radiokanavat lähettävät ohjelmaa tietyllä taajuudella. Radio voidaan virittää vastaanottamaan tiettyä lähetystä joko muuttamalla antennin pituutta sopivaksi tai muuttamalla antenniin kuuluvan säätökondensaattorin kapasitanssia siten, että antennin resonanssitaajuus vastaa lähetyksen taajuutta.

52. a) Sähkömagneettisen värähtelypiirin taajuus on

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Koska taajuuden f_0 ja jaksonajan T välillä on riippuvuus $f_0 = \frac{1}{T}$, saadaan yhtälö

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{T}.$$

Ratkaistaan tästä yhtälöstä kondensaattorin kapasitanssi C :

$$\begin{aligned}\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} &= \frac{1}{T} \quad || (\cdot)^2 \\ \frac{1}{4\pi^2 LC} &= \frac{1}{T^2} \\ 4\pi^2 LC &= T^2 \quad || : 4\pi^2 L \\ C &= \frac{T^2}{4\pi^2 L}.\end{aligned}$$

Kuvaajan perusteella jaksonaika on $T = 2,5$ ms.

Kondensaattorin kapasitanssi on

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L} = \frac{(0,0025\text{s})^2}{4\pi^2 \cdot 0,0072\text{H}} \approx 22\mu\text{F}.$$

b) Koska piirin resistanssi on pieni, värähtelyn energia säilyy ja

$$\frac{1}{2} LI_{\max}^2 = \frac{1}{2} CU^2,$$

josta saadaan kondensaattorin läpilyöntijännitteen minimiarvoksi

$$U = \sqrt{\frac{LI_{\max}^2}{C}} = \sqrt{\frac{0,0072\text{H} \cdot (0,33\text{A})^2}{21,99 \cdot 10^{-6}\text{F}}} \approx 6,0\text{V}.$$