

## Kertaustehtäviä

1. b) Vastuksen resistanssi on

$$R = \frac{U}{I} = \frac{4,5 \text{ V}}{0,084 \text{ A}} \approx 53,5714 \Omega.$$

Vastuksen läpi kulkevan sähkövirran suuruus uudessa tapauksessa on

$$I = \frac{U}{R} = \frac{12 \text{ V}}{53,5714 \Omega} \approx 220 \text{ mA}.$$

2. b) Koska vastukset on kytketty rinnan, kummankin jännite on 6,2 V. Näin ollen vastuksen 1 läpi kulkeva sähkövirta on

$$I = \frac{U}{R} = \frac{6,2 \text{ V}}{220 \Omega} \approx 28 \text{ mA}.$$

3. a) Yhtälöstä  $U = E - R_s I$  pariston sisäiseksi resistanssiksi saadaan

$$R_s = \frac{E - U}{I} = \frac{4,5 \text{ V} - 3,8 \text{ V}}{31 \cdot 10^{-3} \text{ A}} \approx 23 \Omega.$$

4. b) Lampun tehon yhtälöstä  $P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$  saadaan lampun resistanssiksi

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{(230 \text{ V})^2}{11 \text{ W}} \approx 4,8 \text{ k}\Omega.$$

5. c) Coulombin laista  $F = \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q \cdot Q}{r^2}$  saadaan  $Q^2 = \frac{F \epsilon_r r^2}{k}$ . Varaus on

$$Q = \sqrt{\frac{F \epsilon_r r^2}{k}} = \sqrt{\frac{4,1 \text{ mN} \cdot 1,0006 \cdot (0,090 \text{ m})^2}{8,98755 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2}} \approx 61 \text{ nC}.$$

6. Oikea vaihtoehto on 4.

Sähköisen voiman yhtälöstä  $F = Eq$ , sähkökentän voimakkuuden suuruus on  $E = \frac{F}{q}$ , joten sähkökentän voimakkuuden yksikkö on

$$[E] = \frac{[F]}{[q]} = 1 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{Cm}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{Cm}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{Asm}} = 1 \frac{\text{W}}{\text{Am}} = 1 \frac{\text{AV}}{\text{Am}} = 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

7. b) Sähköinen voima tekee elektroniin työn  $W = Fx = qEx = qU$ , joka muuntuu röntgenputkessa elektronin liike-energiaksi ja edelleen anodin sisäenergiaksi. Yhden elektronin törmäyksessä lämpenemiseen vapautuu energiaa sähköisen voiman tekemän työn verran:

$$eU = 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 120 \text{ kV} = 1,9 \cdot 10^{-14} \text{ J.}$$

8. a) Koska kondensaattorit B ja C ovat rinnan, saadaan  $C_1 = 0,50 \mu\text{F} + 1,5 \mu\text{F} = 2,0 \mu\text{F}$ . Yhtälöstä  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$  saadaan kondensaattoriyhdistelmän kapasitanssiksi

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{2,0 \mu\text{F} \cdot 1,0 \mu\text{F}}{2,0 \mu\text{F} + 1,0 \mu\text{F}} \approx 670 \text{ nF.}$$

9. a) Koska potentiaalilin muutos  $\Delta V$  on yhtä suuri kuin kappaleen jännite, kappaleen kapasitanssi on

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{15 \text{ mC}}{4,5 \text{ kV}} \approx 3,3 \mu\text{F.}$$

10. c) Kondensaattorin varaus on  $Q = CU = 200 \mu\text{F} \cdot 1,0 \text{ kV} = 0,20 \text{ C}$ .

Kondensaattoriyhdistelmän kokonaiskapasitanssi on  $C_{\text{kok}} = C_1 + C_2 = 200 \mu\text{F} + 50 \mu\text{F} = 250 \mu\text{F}$ .

Jännite on  $U = \frac{Q}{C_{\text{kok}}} = \frac{0,20 \text{ C}}{250 \mu\text{F}} = 0,8 \text{ kV}$ .

*Seuraavissa tehtävissä mittareiden ja jännitelähteiden sisäisiä resistansseja ei oteta huomioon, ellei niitä mainita tehtävässä.*

11. a) Koska kytkin on auki, volttimittarin lukema on 0 V. Virtapiirissä on paristo, vastus ja ampeerimittari samanlaisessa kytkennässä kuin alkuperäinen kytkentä 1. Ampeerimittarin lukema on 100 mA.

b) Koska kytkin on auki, sähkövirta ei kulje vasemmanpuoleisen vastuksen läpi. Virtapiiri on sama kuin alkuperäinen, joten volttimittarin lukema on 1,5 V ja ampeerimittarin 100 mA.

c) Kahden samanlaisen rinnankytketyn vastuksen yhdistelmän kokonaisresistanssi on puolet alkuperäisestä, joten ampeerimittarin läpi kulkeva sähkövirta on 200 mA. (Vastusten läpi kulkevat virrat ovat molemmat 100 mA virran haarautumisen vuoksi). Volttimittarin lukema on 1,5 V.

d) Paristojen rinnankytkentä ei (juurikaan) muuta napajännitettä, joten volttimittarin lukema on 1,5 V. Vastuksen ja ampeerimittarin läpi kulkeva sähkövirta on 100 mA.

e) Sarjaan kytkettyjen paristojen napajännite on kaksinkertainen, joten volttimittarin lukema on 3,0 V. Ampeerimittarin läpi kulkeva sähkövirtakin on kaksinkertainen eli 200 mA.

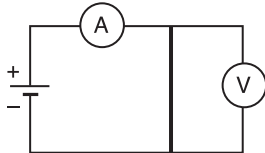
12. a) Johtimen resistanssi on

$$R = \frac{U}{I} = \frac{3,0 \text{ V}}{0,13 \cdot 10^{-3} \text{ A}} \approx 23,077 \text{ k}\Omega.$$

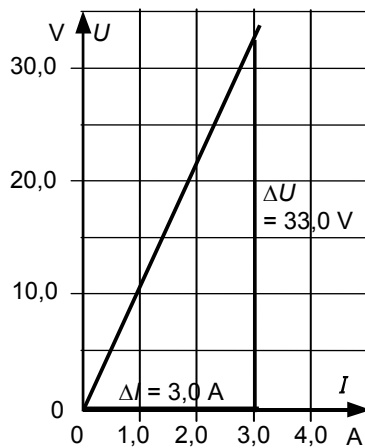
Sähkövirta on

$$I = \frac{U}{R} = \frac{12 \text{ V}}{23,077 \text{ k}\Omega} \approx 0,52 \text{ mA}.$$

b) Mittaukseen soveltuva kytkentäkaavio:



Sijoitetaan mittaustulokset  $(I, U)$ -koordinaatistoon. Sovitetaan pistejoukkoon suora.



Suoran fysikaalinen kulmakerroin on johtimen resistanssi:

$$R = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{U_2 - U_1}{I_2 - I_1} = \frac{33,0 \text{ V} - 0,0 \text{ V}}{3,0 \text{ A} - 0,0 \text{ A}} = \frac{33,0 \text{ V}}{3,0 \text{ A}} = 11 \Omega.$$

13. a) Kun jännitehäviö on  $U = 1,5 \text{ V}$ , sähkövirta on  $I = 1,0 \text{ A}$ . Polttimon resistanssi on

$$R = \frac{U}{I} = \frac{1,5 \text{ V}}{1,0 \text{ A}} = 1,5 \Omega.$$

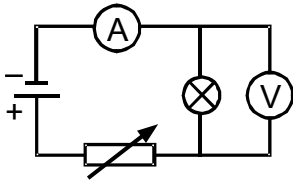
b) Kun sähkövirta on  $I = 1,7 \text{ A}$ , jännitehäviö on  $U = 3,5 \text{ V}$ . Polttimon resistanssi on

$$R = \frac{U}{I} = \frac{3,5 \text{ V}}{1,7 \text{ A}} \approx 2,1 \Omega.$$

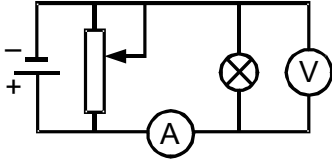
c) Polttimon resistanssi muuttuu, koska resistanssi kasvaa lämpötilan kasvaessa.

d) Koska kuvaaja ei ole lineaarinen, Ohmin laki ei ole voimassa.

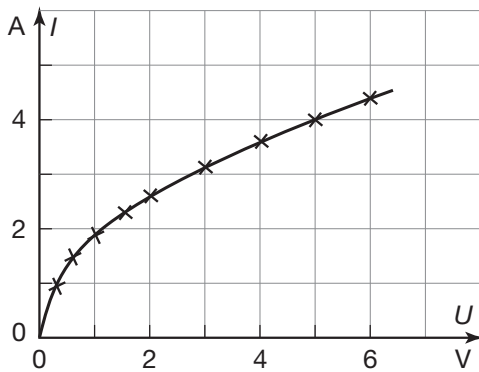
14. a) Mittaukseen soveltuu etuvastuskytkentä



tai säätövastuskytkentä.



b) Lampun läpi kulkeva sähkövirta ei kasva lineaarisesti. Lämpötilan kohoamisen takia hehkulangan resistanssi kasvaa. Silloin sähkövirran kasvu hidastuu.



15. a) Alumiinilangan resistanssi on

$$R = \rho \frac{l}{A} = 2,655 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m} \cdot \frac{230 \text{ m}}{0,45 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \approx 0,14 \Omega.$$

b) Koska kummankin langan resistanssit ovat yhtä suuret ja langat yhtä pitkät, yhtälöstä  $R_{\text{Fe}} = R_{\text{Al}}$  saadaan ehto  $\rho_{\text{Fe}} \frac{l}{A_{\text{Fe}}} = \rho_{\text{Al}} \frac{l}{A_{\text{Al}}}$ .

Rautalangan poikkipinta-ala on

$$A_{\text{Fe}} = \frac{A_{\text{Al}} \rho_{\text{Fe}}}{\rho_{\text{Al}}} = \frac{5,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot 9,71 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}}{2,655 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}} \approx 18 \text{ mm}^2.$$

16. a) Koska vastukset ovat sarjassa, vastusyhdistelmän kokonaisresistanssi on  $R = R_1 + R_2 + R_3$ . Piirissä kulkeva sähkövirta on

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{12 \text{ V}}{15,0 \Omega + 30,0 \Omega + 45 \Omega} = \frac{12 \text{ V}}{90 \Omega} = 0,13333 \text{ A} \approx 0,13 \text{ A}.$$

b) Vastuksissa tapahtuvat jännitehäviöt ovat

$$U_1 = R_1 I = 15,0 \, \Omega \cdot 0,13333 \, \text{A} = 1,9999 \, \text{V} \approx 2,0 \, \text{V}$$

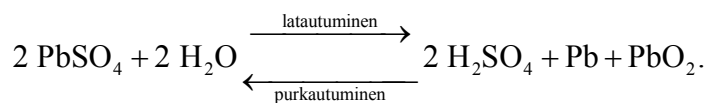
$$U_2 = R_2 I = 30,0 \, \Omega \cdot 0,13333 \, \text{A} = 3,9999 \, \text{V} \approx 4,0 \, \text{V}$$

$$U_3 = R_3 I = 45,0 \, \Omega \cdot 0,13333 \, \text{A} = 5,9999 \, \text{V} \approx 6,0 \, \text{V}.$$

c) Jännitehäviöiden summa on

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = 1,9999 \, \text{V} + 3,9999 \, \text{V} + 5,9999 \, \text{V} \approx 12 \, \text{V}.$$

17. a) Akku on laite, jota ladattaessa sähköän avulla siirretty energia muuntuu kemialliseksi energiaksi ja purettaessa takaisin sähköksi. Lyijyakussa on kaksi lyijylevyä rikkihappoliuoksessa. Jännitelähteeseen kytkettäessä akku latautuu siinä tapahtuvien kemiallisten reaktioiden vuoksi. Reaktioyhtälö on



b) Voltan pari on sähkökemiallinen pari. Jännitteen syntyminen Voltan parissa aiheutuu levyjen erilaisista kemiallisista reaktioista liuoksen vaikuttaessa niihin. Sinkki liukenee suolahappoliuokseen ja luovuttaa siihen positiivisesti varautuneita sinkki-ioneja  $\text{Zn}^{2+}$ . Sinkkilevystä tulee parin miinusnapa. Kuparilevy luovuttaa elektroneja liuoksen vetyioneille, ja siksi kuparin pinnalle syntyy vetykaasua. Kuparilevystä tulee siis parin plusnapa.

18. a) Säättövastus ja  $200 \, \Omega$  vastus on kytketty rinnan, joten niiden yhteisresistanssi saadaan yhtälöstä

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{1}{200 \, \Omega} + \frac{1}{200 \, \Omega} = \frac{2}{200 \, \Omega}.$$

Resistanssi on

$$R_1 = \frac{200 \, \Omega}{2} = 100 \, \Omega.$$

Tämä systeemi on kytketty sarjaan toisen  $200 \, \Omega$  vastuksen kanssa. Yhdistelmän kokonaisresistanssi on

$$R_{\text{kok}} = R_1 + R = R_1 + 200 \, \Omega = 100 \, \Omega + 200 \, \Omega = 300 \, \Omega.$$

b) Kun systeemin resistanssin tulee olla  $380 \, \Omega$ , säättövastuksen resistanssi voidaan laskea yhtälöstä

$$\left( \frac{1}{200 \, \Omega} + \frac{1}{R} \right)^{-1} + 200 \, \Omega = 380 \, \Omega.$$

Ratkaistaan tästä resistanssi  $R$ .

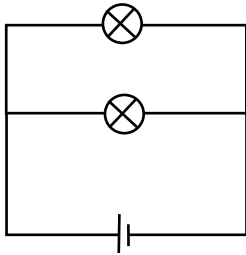
$$\left(\frac{1}{200 \Omega} + \frac{1}{R}\right)^{-1} = 180 \Omega$$

$$\frac{1}{200 \Omega} + \frac{1}{R} = \frac{1}{180 \Omega}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{180 \Omega} - \frac{1}{200 \Omega}.$$

Säätövastuksen resistanssin tulee olla  $R \approx 1800 \Omega$ .

19. a) Lamput rinnankytkennässä:



b) Koska lamput ovat rinnankytketyt, kummankin lampun napajännite on 1,5 V. Kummankin lampun läpi kulkee yhtä suuri sähkövirta:  $I = \frac{U}{R} = \frac{1,5 \text{ V}}{15 \Omega} = 0,10 \text{ A}$ .

TAI

Koska lamput ovat rinnankytketyt, lamppuyhdistelmän kokonaisresistanssi saadaan yhtälöstä

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} = \frac{1}{15 \Omega} + \frac{1}{15 \Omega} = \frac{2}{15 \Omega}, \text{ josta } R = \frac{15 \Omega}{2} = 7,5 \Omega.$$

Piirin kokonaisvirta on  $I = \frac{U}{R} = \frac{1,5 \text{ V}}{7,5 \Omega} = 0,20 \text{ A}$ . Virta jakautuu Kirchhoffin I lain mukaan, ja koska kummankin lampun resistanssi on sama, kummankin lampun läpi kulkee 0,10 A:n virta.

20. a) Sähkölaitteita, joiden toiminnassa hyödynnetään sähkövirran lämpövaikutusta, ovat mm. sähkökiuas, vedenkeitin, uuni ja leivänpaahdin.

b) Energiaa muuntuu teholla

$$P = RI^2 = 250 \Omega \cdot (3,0 \text{ A})^2 \approx 2,3 \text{ kW}.$$

c) Vastuksen sähköteho on  $P = RI^2$  ja lämmityksen energia  $E = Pt = RI^2t$ . Veden vastaanottama energia on  $Q = cm\Delta T$ . Koska energiahäviöt ovat pienet, yhtälöstä  $RI^2t = cm\Delta T$  saadaan veden massa

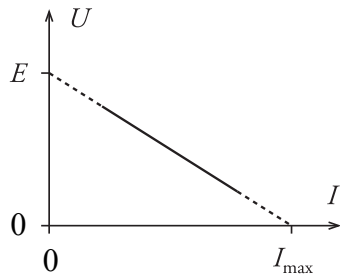
$$m = \frac{RI^2t}{c\Delta T} = \frac{150 \Omega \cdot (3,5 \text{ A})^2 \cdot 7,5 \cdot 60 \text{ s}}{4,19 \text{ kJ/(kgK)} \cdot 50 \text{ K}} \approx 3,9 \text{ kg}.$$

21. a) Aurinkokennon pinta-alan tulisi olla  $\frac{1000 \text{ MW}}{150 \text{ W/m}^2} \approx 6,67 \cdot 10^6 \text{ m}^2 = 6,7 \text{ km}^2$ .

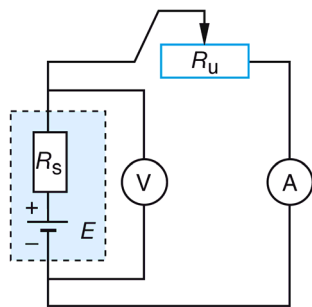
b) Aurinkokennon luovuttama energia on  $E = \eta Pt$  ja veden vastaanottama  $Q = cm\Delta T$ . Yhtälöstä  $\eta Pt = cm\Delta T$  saadaan veden lämmitysajaksi

$$t = \frac{cm\Delta T}{\eta P} = \frac{4,19 \text{ kJ/kgK} \cdot 2,0 \text{ kg} \cdot 35 \text{ K}}{0,90 \cdot 150 \text{ W}} = 2172,59 \text{ s} \approx 36 \text{ min.}$$

22. a) Pariston kuormituskäyrällä tarkoitetaan  $(I, U)$ -kuvaajaa, jossa  $I$  on pariston läpi kulkeva sähkövirta ja  $U$  pariston napajännite. Pariston napajännite muuttuu, kun sitä kuormitetaan (piirin kokonaisresistanssi muuttuu).



b) Paristoon kytketään säätövastus  $R_u$ . Lisäksi tarvitaan voltti- ja ampeerimittarit. Volttimittari kytketään pariston napoihin. Ampeerimittari kytketään vastuksen kanssa sarjaan, jolloin se mittaa piirissä kulkevaa sähkövirtaa. Tämä sähkövirta on myös pariston läpi kulkeva sähkövirta.

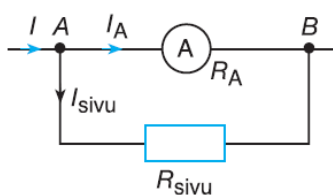


c)  $(I, U)$ -kuvaajalta eli kuormituskäyrältä voidaan lukea pariston lähdejännite ekstrapoloimalla kuvaajaa kohtaan  $I = 0 \text{ A}$ . Piirretyn suoran ja  $I$ -akselin leikkauskohdasta voidaan lukea oikosulkuvirran  $I_{\text{max}}$  suuruus.

d) Kirchhoffin 2. lain mukaan saadaan yhtälö  $\sum \Delta V = 0$  eli  $E - R_s I - R_u I = 0$ : sähkövirta on

$$I = \frac{E}{R_s + R_u} = \frac{4,5 \text{ V}}{0,23 \Omega + 150 \Omega} \approx 30 \text{ mA.}$$

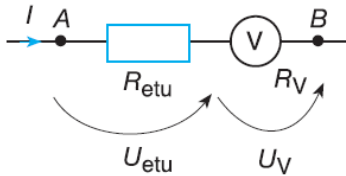
23. a) Jotta mittarilla voisi mitata 10 mA sähkövirtoja, sivuvastuksen kautta kulkevan sähkövirran on oltava  $I_{\text{sivu}} = I - I_A = 10 \text{ mA} - 2,0 \text{ mA} = 8,0 \text{ mA}$ .



Koska mittari ja sivuvastus on kytketty rinnan, pisteiden  $A$  ja  $B$  välillä tapahtuva jännitehäviö voidaan ilmoittaa kahdella tavalla:  $U_{AB} = R_{\text{sivu}} I_{\text{sivu}}$  ja  $U_{AB} = R_A I_A$ . Yhtälöstä  $R_{\text{sivu}} I_{\text{sivu}} = R_A I_A$  tarvittavan sivuvastuksen resistanssi on

$$R_{\text{sivu}} = \frac{R_A I_A}{I_{\text{sivu}}} = \frac{5,0 \, \Omega \cdot 2,0 \, \text{mA}}{8,0 \, \text{mA}} \approx 1,3 \, \Omega.$$

b) Kun mitattava jännite on  $120 \, \text{V}$  ja mittarin läpi kulkee  $2,0 \, \text{mA}$  sähkövirta, etuvastuksessa ja mittarissa täytyy tapahtua yhteensä  $120 \, \text{V}$  jännitehäviö.

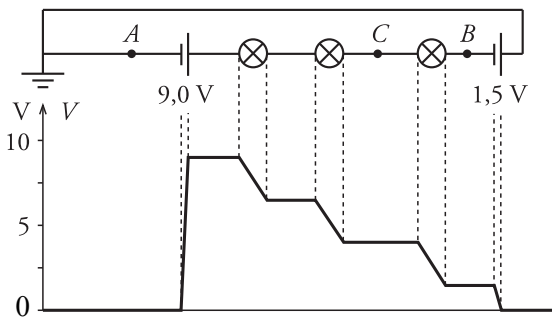


Koska etuvastus ja volttimittari on kytketty sarjaan, jännitehäviöiden summa etuvastuksessa ja volttimittarissa on  $U = U_{\text{etu}} + U_V = R_{\text{etu}} I + R_V I$ . Tarvittavan etuvastuksen suuruus on

$$R_{\text{etu}} = \frac{U - R_V I}{I} = \frac{120 \, \text{V} - 5,0 \, \Omega \cdot 2,0 \, \text{mA}}{2,0 \, \text{mA}} \approx 60 \, \text{k}\Omega.$$

Etuvastuksen resistanssi on  $60 \, \text{k}\Omega$ .

24. a) Kierretään virtapiiri vastapäivään alkaen pisteestä  $A$ . Piirissä on kaksi paristoa sarjassa. Koska paristojen samanmerkkiset navat on yhdistetty, paristojen jännitteiden summa on  $9,0 \, \text{V} + (-1,5 \, \text{V}) = 7,5 \, \text{V}$ . Kolmessa piirissä olevassa lampussa tapahtuu yhteensä  $7,5 \, \text{V}$  jännitehäviö, joten yhdessä lampussa tapahtuvan jännitehäviön suuruus on  $\frac{7,5 \, \text{V}}{3} = 2,5 \, \text{V}$ .



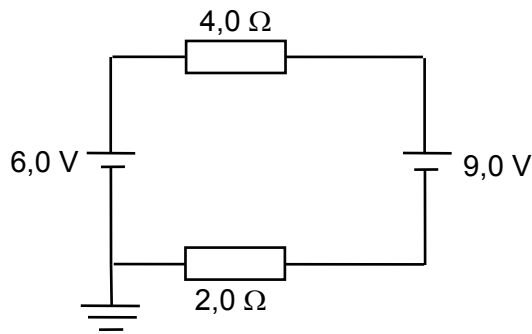
b) Pisteiden  $B$  ja  $C$  potentiaalit nähdään potentiaalikäyrältä ja ne ovat  $V_B = 1,5 \, \text{V}$  ja  $V_C = 4,0 \, \text{V}$ .

Pisteiden  $B$  ja  $C$  välinen jännite on  $U_{BC} = V_B - V_C = 1,5 \, \text{V} - 4,0 \, \text{V} = -2,5 \, \text{V}$ .

c) Pisteiden  $C$  ja  $A$  välinen jännite  $U_{CA} = V_C - V_A = 4,0 \, \text{V} - 0,0 \, \text{V} = 4,0 \, \text{V}$ .

d) Maadoituksella sovitaan potentiaalin nollakohta. Jos maadoitusta ei tehdä, potentiaalikäyrä on samanmuotoinen, mutta siinä ei voida ilmoittaa todellisia potentiaalilukemia, vaan ainoastaan potentiaalieroja.

25. Sovitaan kuvaajan alkupiste maadoitetuksi. Potentiaalikäyrästä saatu kytkentäkaavio:



26. a) Kirchhoffin I lain mukaan on  $I = I_1 + I_2$ , josta saadaan sähkövirraksi

$$I_2 = I - I_1 = 11,0 \text{ mA} - 6,8 \text{ mA} = 4,2 \text{ mA}.$$

Vastuksen 1 resistanssi on  $R_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{2 \cdot 1,5 \text{ V}}{0,0068 \text{ A}} \approx 440 \Omega$ .

Vastukset 2 ja 3 ovat sarjassa, joten vastusyhdistelmän resistanssi on  $R_{23} = R_2 + R_3$ . Näiden vastusten läpi kulkee sama sähkövirta  $I_2$ . Resistanssi  $R_{23}$  on

$$R_{23} = \frac{U}{I_2} = \frac{3,0 \text{ V}}{0,0042 \text{ A}} = 714,2857 \Omega.$$

Vastuksen 2 resistanssi on  $R_2 = R_{23} - R_3 = 714,2857 \Omega - 50 \Omega = 664,2857 \Omega \approx 660 \Omega$ .

b) Vastuksen 2 tehonkulutus on

$$P_2 = R_2 I_2^2 = 664,2857 \Omega \cdot (0,0042 \text{ A})^2 \approx 12 \text{ mW}.$$

27. a) Elektroskooppi muodostuu kahdesta metallisesta liuskasta, jotka on eristetty muusta rasiasta (ks. sivu 80). Kun elektroskoopin nuppia kosketetaan varatulla kappaleella, varausta siirtyy metalliliuskoihin ja ne varautuvat samanmerkkisesti. Liuskat erkanevat toisistaan sähköisen hylkimisvoiman vuoksi. Erkaneminen on sitä voimakkaampaa mitä suuremmasta varauksesta on kyse.

Elektroskooppi ei kerro varauksen merkkiä. Varausta purkautuu vähitellen ympäristöön ja liuskat palaavat lopuksi alkuperäiseen asentoon.

b) Oletetaan, että nupin lähelle tuodaan positiivisesti varattu kappale, jolla ei kuitenkaan kosketeta nuppia. Silloin elektroskooppi ei varaudu sähköisesti, mutta siinä tapahtuu influenssi.

Elektroskoopin liuskojen metallimateriaalin vapaat elektronit asettuvat lähelle nuppia ja liuskat saavat hetkellisesti positiivisen varauksen ja erkanevat toisistaan. Kun ulkopuolinen varaus poistetaan, liuskat palaavat välittömästi alkuperäiseen asentoonsa. Vastaava ilmiö tapahtuu myös tuomalla nupin lähelle negatiivisesti varattu kappale.

28. a) Koska molemmat varaukset ovat positiivisia, hiukkaset hylkivät toisiaan ja niihin kohdistuvat voimat ovat vastakkaissuuntaisia. Voimat ovat suuruudeltaan yhtä suuret Newtonin III lain eli voiman ja vastavoiman lain mukaan. Oikea vaihtoehto on ylin kuva 1).

b) Coulombin lain mukaan molempiin varauksiin kohdistuvat voimat ovat yhtä suuria ja vastakkaissuuntaisia.

1) Voiman suuruus kohdassa 1 on  $F_1 = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = k \frac{Q 2Q}{r^2} = k \frac{2Q^2}{r^2}$ . Jos varauksen  $+Q$  tilalla on  $+3Q$ , voiman suuruus on  $F_2 = k \frac{3Q 2Q}{r^2} = 3 \cdot k \frac{2Q^2}{r^2} = 3F_1$ . Voimat muuttuvat kolminkertaisiksi kohtaan 1 verrattuna ja säilyttävät suuntansa.

2) Koska varaukset ovat erimerkkisiä, hiukkaset vetävät toisiaan puoleensa. Hiukkasiensa kohdistamien voimien suuruudet ovat  $F_2 = k \frac{|Q_1 Q_2|}{r_2^2} = k \frac{|-Q 2Q|}{(r/2)^2} = 4 \cdot k \frac{2Q^2}{r^2} = 4F_1$ .

Hiukkasiin kohdistuvat voimat muuttuvat kohtaan 1 verrattuna suuruudeltaan nelinkertaisiksi, ja ne muuttuvat vastakkaissuuntaisiksi eli vetovoimiksi.

29. Coulombin lain mukaan pallojen toisiinsa kohdistamien voimien suuruus on

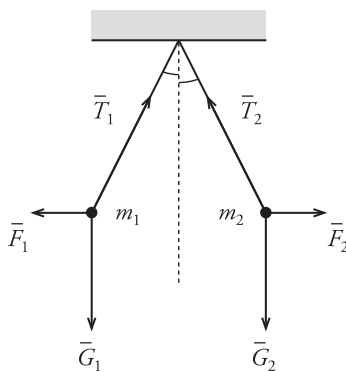
$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = k \frac{Q^2}{r^2}$ . Ratkaistaan yhtälöstä  $F = k \frac{Q^2}{r^2}$  varaus:  $Q^2 = \frac{Fr^2}{k}$ , joten varaus on

$$Q = \sqrt{\frac{Fr^2}{k}} = \sqrt{\frac{56 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot (0,12 \text{ m})^2}{8,98755 \cdot 10^9 \text{ Nm/C}^2}} = 2,99540 \cdot 10^{-7} \text{ C} \approx 3,0 \cdot 10^{-7} \text{ C}.$$

b) Puuttuvien elektronien määrä on  $\frac{Q}{e} = \frac{2,99540 \cdot 10^{-7} \text{ C}}{1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \approx 1,9 \cdot 10^{12}$  kpl.

Kummastakin pallosta puuttuu  $1,9 \cdot 10^{12}$  elektronia.

30. Piirretään kuvio, josta käy ilmi palloihin vaikuttavat voimat (paino, langan jännitysvoima ja sähköinen hylkimisvoima).



Pallot ovat sähköisessä vuorovaikutuksessa keskenään, joten Newtonin III lain mukaan kaikissa kolmessa tapauksessa sähköiset voimat ovat suuruudeltaan keskenään yhtä suuret eli  $F_1 = F_2$ . Varausten suuruus vaikuttaa ainoastaan ripustuslangan asentoon (kulmaan  $\theta$ ).

Koska tapauksissa 1) ja 2) pallojen massat ovat yhtä suuret, muodostuu silloin kumpaankin lankaan yhtä suuri jännitysvoima ja pallot asettuvat piirretyt kuvan mukaisesti.

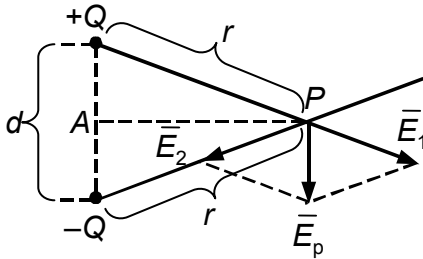
Tapauksessa 3) pallojen massat eivät ole yhtä suuret keskenään ja siksi lankojen jännitysvoimat ovat nyt erisuuret. Pallon eivät asetu kuvan mukaisesti, vaan  $\theta_1 \neq \theta_2$  (tarkemmin  $\theta_1 < \theta_2$ ).

31. Varausten  $+Q$  ja  $-Q$  pisteeseen  $P$  synnyttämät sähkökentän voimakkuudet ovat  $\vec{E}_1$  ja  $\vec{E}_2$ .

$\vec{E}_1$  suuntautuu pois päin varauksesta  $+Q$  ja  $\vec{E}_2$  varausta  $-Q$  kohti. Kummankin varauksen sähkökentän voimakkuudet ovat itseisarvoltaan yhtä suuret eli

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}.$$

Sähkökentän voimakkuus pisteessä  $P$  on  $\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ .

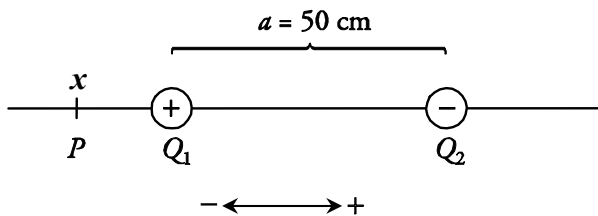


Kuviosta saadaan yhdenmuotoisten kolmioiden avulla verranto  $\frac{E_P}{E_1} = \frac{d}{r}$ , josta sähkökentän voimakkuuden suuruus dipolin keskinormaalissa pisteessä  $P$  on

$$E_P = \frac{d}{r} E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qd}{r^3}.$$

Varauksen  $q$  siirtämisessä tehty työ on nolla, koska varaukseen vaikuttava sähköinen voima  $\vec{F} = q\vec{E}$  on koko ajan kohtisuorassa siirtymävektoria  $\vec{PA}$  vastaan. Siis  $W_{PA} = 0$ .

32.



Asetetaan origo varauksen  $Q_1$  kohdalle. Varauksia yhdistävällä suoralla pisteessä  $P(x, 0)$  sähkökentän voimakkuus on nolla, jos

$$\vec{E}_{Q_1} + \vec{E}_{Q_2} = \vec{0}.$$

Pisteessä  $P$  positiivisen varauksen  $Q_1$  sähkökentän voimakkuuden suunta on vasemmalle ja varauksen  $Q_2$  oikealle. Merkkisopimukseen mukaan saadaan skalaariyhtälö

$$-E_{Q_1} + E_{Q_2} = 0.$$

Varauksia yhdistävällä suoralla pisteessä  $P$  vastakkaisuuntaisten sähkökentän voimakkuuksien summa on nolla, kun sähkökentän voimakkuuksien itseisarvot ovat yhtä suuret (huomaa  $x$  on negatiivinen luku, joten  $Q_2$ :n etäisyys pisteestä  $P$  on  $-x + a$ ). Ratkaistaan pisteen  $P$   $x$ -koordinaatti:

$$\begin{aligned}
|E_{Q1}| &= |E_{Q2}| \\
\frac{k Q_1}{\epsilon_r x^2} &= \frac{k |Q_2|}{\epsilon_r (-x+a)^2} \\
Q_1(-x+a)^2 &= |Q_2|x^2 \\
Q_1(x^2 - 2xa + a^2) &= |Q_2|x^2 \\
(Q_1 - |Q_2|)x^2 - 2 \cdot Q_1ax + Q_1a^2 &= 0 \\
x &= \frac{2 \cdot Q_1a \pm \sqrt{(2 \cdot Q_1a)^2 - 4 \cdot (Q_1 - |Q_2|)Q_1a^2}}{2(Q_1 - |Q_2|)} \\
&= \frac{2 \cdot 2,0 \cdot 10^{-8} \text{ C} \cdot 0,50 \text{ m} \pm \sqrt{(2 \cdot 2,0 \cdot 10^{-8} \text{ C} \cdot 0,50 \text{ m})^2 - 4 \cdot (2,0 \cdot 10^{-8} \text{ C} - 8,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}) \cdot 2,0 \cdot 10^{-8} \text{ C} \cdot (0,50 \text{ m})^2}}{2 \cdot (2,0 \cdot 10^{-8} \text{ C} - 8,0 \cdot 10^{-8} \text{ C})} \\
x &\approx -0,50 \text{ m} \text{ tai } x \approx 0,17 \text{ m}.
\end{aligned}$$

Sähkökentän voimakkuus on nolla kuvan mukaisessa tilanteessa positiivisesta varauksesta 0,50 m vasemmalle.

(Positiivinen arvo ei kelpaa, sillä varausten välissä sähkökentän voimakkuudet ovat kyseisessä kohdassa yhtä suuria mutta samansuuntaisia, joten niiden summa ei voi olla nolla.)

33. a) Tasojen välinen jännite on  $U = 165 \text{ V} - 95 \text{ V} = 70 \text{ V}$ . Sähkökentän voimakkuuden suuruus on

$$E = \frac{U}{d} = \frac{70 \text{ V}}{0,030 \text{ m}} \approx 2,3 \text{ kV/m},$$

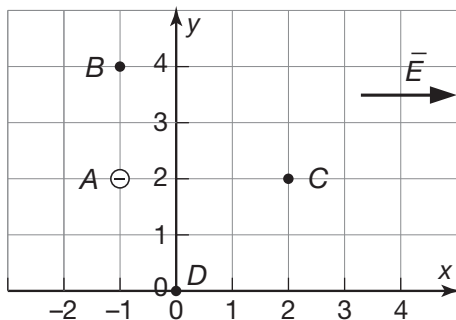
ja suunta kohti alemmaa potentiaalia.

b) Siirrossa tehty työ on

$$W = qU = q(V_A - V_B) = 45 \text{ nC} \cdot (110 \text{ V} - 230 \text{ V}) = -5,4 \text{ } \mu\text{J}.$$

Huomaa: Sähköinen voima ja siirtymä ovat vastakkaisuuntaisia, siksi työ on negatiivinen. Positiivinen hiukkanen voi siirtyä alemmasta potentiaalista ylempään potentiaaliin, jos sillä on aluksi nopeutta kohti ylempää potentiaalia. Tällöin sähköinen voima tekee työtä ja liike-energia vähenee työn verran ja potentiaali energia kasvaa vastaavasti.

34.



a) 1) Kun hiukkanen siirtyy pisteestä  $A(-1,2)$  pisteeseen  $B(-1,4)$ , sähköisen voiman tekemä työ  $W = 0 \text{ J}$ , sillä siirtymä sähkökentän voimakkuuden suunnassa on nolla.

2) Sähköisen voiman hiukkaseen tekemä työ on negatiivinen, koska hiukkaseen kohdistuva voima on siirtymälle vastakkainen. Kun hiukkanen siirtyy pisteestä  $A(-1,2)$  pisteeseen  $C(2,2)$ , työ on

$$W = qE\Delta x = -1,2 \mu\text{C} \cdot 0,40 \text{ kV/m} \cdot 0,030 \text{ m} \approx -14 \mu\text{J}.$$

3) Kun hiukkanen siirtyy pisteestä  $A(-1,2)$  pisteeseen  $D(0,0)$ , työ on

$$W = -1,2 \mu\text{C} \cdot 0,40 \text{ kV/m} \cdot 0,010 \text{ m} \approx -4,8 \mu\text{J}.$$

b) Jännite on  $U_{AB} = 0 \text{ V}$ , sillä pisteet  $A$  ja  $B$  ovat samassa potentiaalissa.

Potentiaali alenee sähkökentän voimakkuuden suunnassa, joten pisteen  $A$  potentiaali on korkeampi kuin pisteiden  $C$  ja  $D$  potentiaalit eli jännitteet ovat positiivisia:

$$U_{AC} = E\Delta x = 0,40 \text{ kV/m} \cdot 0,030 \text{ m} = 12 \text{ V}$$

$$U_{AD} = 0,40 \text{ kV/m} \cdot 0,010 \text{ m} = 4,0 \text{ V}.$$

**35.** Sähkökentän voimakkuus on vakio levyjen  $A$  ja  $B$  välissä eli välillä  $0,0 \text{ mm} - 1,0 \text{ mm}$  ja levyjen  $B$  ja  $C$  välissä eli välillä  $1,0 \text{ mm} - 2,0 \text{ mm}$ . Molemmilla väleillä on homogeeninen sähkökenttä, joten potentiaali muuttuu lineaarisesti kummallakin välillä. Sähkökentän voimakkuuden suunta on ylemmästä potentiaalista alempaan potentiaaliin. Levyjen sijainnin ja kuvion perusteella sähkökentän voimakkuuden suunta vasemmalle on negatiivinen ja oikealle positiivinen.

Välillä  $0,0 \text{ mm} - 1,0 \text{ mm}$  sähkökentän voimakkuuden suuruus on vakio  $E_1 = -1,0 \frac{\text{kV}}{\text{mm}}$ .

Kohdassa  $0,0 \text{ mm}$  (levy  $A$ ) potentiaali on nolla, ja kohdassa  $1,0 \text{ mm}$  (levy  $B$ ) potentiaali on positiivinen, joten välillä  $0,0 \text{ mm} - 1,0 \text{ mm}$  potentiaali kasvaa lineaarisesti. Potentiaalिन yhtälöstä

$V = Ex$  potentiaali välillä  $0,0 \text{ mm} - 1,0 \text{ mm}$  on  $V(x) = 1,0 \frac{\text{kV}}{\text{mm}} \cdot x$ .

Levyn  $B$  potentiaali on

$$V_B = 1,0 \frac{\text{kV}}{\text{mm}} \cdot x = 1,0 \frac{\text{kV}}{\text{mm}} \cdot 1,0 \text{ mm} = 1,0 \text{ kV}.$$

Välillä  $1,0 \text{ mm} - 2,0 \text{ mm}$  sähkökentän voimakkuuden suuruus on vakio  $E_2 = 0,50 \frac{\text{kV}}{\text{mm}}$ .

Sähkökentän suunta on vasemmalta oikealle. Potentiaali alenee kentän suunnassa. Potentiaalिन muutos on

$$\Delta V = -E_2\Delta x = -0,50 \frac{\text{kV}}{\text{mm}} \cdot 1,0 \text{ mm} = -0,50 \text{ kV},$$

joten levyn  $C$  potentiaali on

$$V_C = V_B + \Delta V = 1,0 \text{ kV} - 0,50 \text{ kV} = 0,50 \text{ kV}.$$

Välillä  $1,0 \text{ mm} - 2,0 \text{ mm}$  potentiaalिन kuvaaja kulkee pisteiden  $(x_B, V_B) = (1,0 \text{ mm}; 1,0 \text{ kV})$  ja  $(x_C, V_C) = (2,0 \text{ mm}; 0,50 \text{ kV})$ , joten potentiaalिन yhtälö on

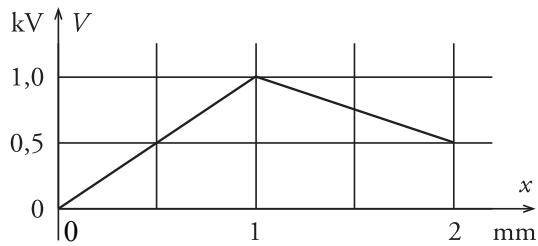
$$V - V_B = \frac{V_C - V_B}{x_C - x_B} (x - x_B)$$

$$V - 1,0 \text{ kV} = \frac{0,50 \text{ kV} - 1,0 \text{ kV}}{2,0 \text{ mm} - 1,0 \text{ mm}} (x - 1,0 \text{ mm})$$

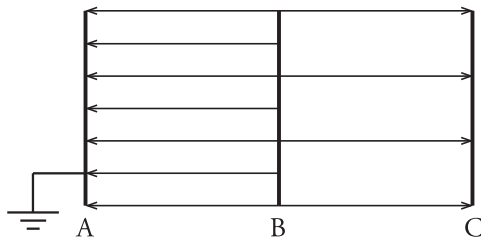
$$V - 1,0 \text{ kV} = -0,50 \frac{\text{kV}}{\text{mm}} (x - 1,0 \text{ mm})$$

$$V = V(x) = -0,50 \frac{\text{kV}}{\text{mm}} x + 1,5 \text{ kV}.$$

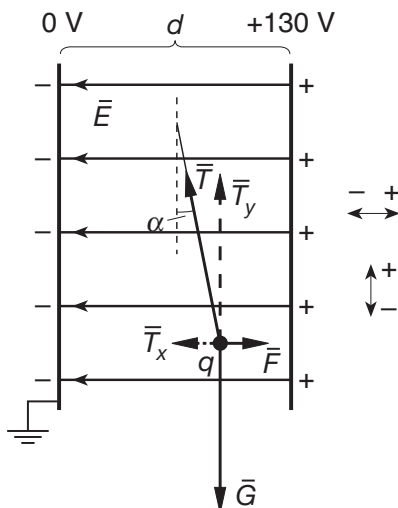
Potentiaalikuvaaja on ohessa.



Oheisessa kuvassa sähkökentän kenttäviivojen tiheys kuvaa sähkökentän voimakkuutta levyjen välissä.



36.



Kun pallo on tasapainossa, Newtonin II lain mukaan on voimassa  $\sum \vec{F} = \vec{0}$ . Kun suunnat oikealle ja ylös ovat positiivisia, saadaan yhtälöt  $x$ - ja  $y$ -suunnissa:

$$\sum F_x = 0 \text{ eli } F - T \sin \alpha = 0 \text{ ja}$$

$$\sum F_y = 0 \text{ eli } T \cos \alpha - mg = 0.$$

Kun yhtälöt  $\begin{cases} T \sin \alpha = F \\ T \cos \alpha = mg \end{cases}$  jaetaan puolittain, saadaan

$$\tan \alpha = \frac{F}{mg}, \text{ josta } F = mg \tan \alpha.$$

Koska levyjen välinen jännite on 130 V ja etäisyys 0,050 m, sähkökentän voimakkuuden suuruus on

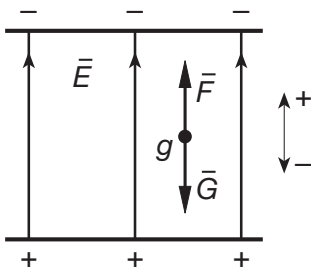
$$E = \frac{U}{d} = \frac{130 \text{ V}}{0,050 \text{ m}} = 2,6 \text{ kV/m}.$$

Homogeenisen sähkökentän voimakkuuden suuruus on toisaalta  $E = \frac{F}{|q|}$ , joten pallon varaus on

$$\begin{aligned} q &= \pm \frac{F}{E} = \pm \frac{mg \tan \alpha}{E} \\ &= \pm \frac{0,0027 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot \tan 2,4^\circ}{2,6 \cdot 10^3 \text{ V/m}} \\ &\approx \pm 4,3 \cdot 10^{-7} \text{ C} = \pm 0,43 \text{ } \mu\text{C}. \end{aligned}$$

Oheisen kuvan mukaisessa tilanteessa palloon kohdistuva sähköisen voiman suunta on vastakkainen sähkökentän voimakkuuden suunnalle, joten pallon varaus on negatiivinen. Pallon varaus voi olla myös positiivinen, jolloin palloon kohdistuvan sähköisen voiman suunta on sama kuin sähkökentän voimakkuuden suunta. Tällöin ripustuslangan suunta olisi kuvassa alaviistoon vasemmalle.

37.



Pisaraan vaikuttavat voimat ovat paino  $\vec{G}$  ja sähköinen voima  $\vec{F}$ . Öljypisara pysyy levossa kahden vaakasuoran johdelevyn välisessä sähkökentässä. Newtonin II lain mukaan on  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$  eli  $\vec{F} + \vec{G} = \vec{0}$ . Kun suunta ylös on positiivinen, skalaariyhtälö on  $F - G = 0$  eli  $qE - mg = 0$ .

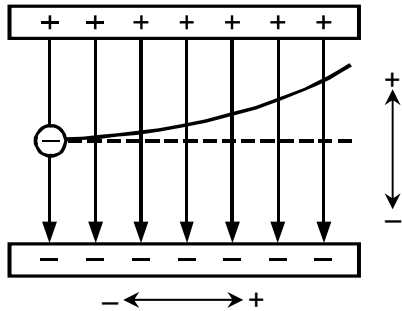
Ratkaistaan levyjen välinen jännite:

$$qE = mg$$

$$q \frac{U}{d} = mg, \text{ joten jännite on}$$

$$U = \frac{mgd}{q} = \frac{3,0 \cdot 10^{-14} \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,010 \text{ m}}{2 \cdot 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \approx 9,2 \text{ kV}.$$

38. a) Elektroni liikkuu kuvassa tasaisesti oikealle alkunopeutensa vuoksi. Elektroniin kohdistuu sähköinen voima, jonka suunta on kuvassa ylöspäin. Elektronilla on siis kiihtyvyyttä ylöspäin. Elektronin rata kaartuu kohti positiivista levyä. Kuvassa on elektronin rata pääpiirteissään.



b) Elektronin nopeus sähkökenttää vastaan kohtisuorassa suunnassa on vakio  $v_x$ , joten  $\Delta x = v_x t$ , joten elektroni viipyy sähkökentässä ajan  $t = \frac{\Delta x}{v_x} = 4,636363 \cdot 10^{-9}$  s.

Elektroniin kohdistuu sähköinen voima, jonka suuruus on  $F = qE$ . Sähköisen voiman takia elektronin rata kaareutuu sähkökentässä. Newtonin II toisen lain mukaan elektronin kiihtyvyys on  $a = \frac{F}{m}$ . Elektronin siirtymä  $y$ -suunnassa on

$$\begin{aligned} \Delta y &= \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{m} t^2 = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 \\ &= \frac{1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 15 \text{ kN/C}}{2 \cdot 9,1093897 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \cdot (4,636363 \cdot 10^{-9} \text{ s})^2 \\ &\approx 28 \text{ mm}. \end{aligned}$$

c) Elektronin nopeus  $y$ -suunnassa elektronin poistuessa sähkökentästä on

$$\begin{aligned} v_y &= a t = \frac{F}{m} t = \frac{qEt}{m} \\ &= \frac{1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 15 \text{ kN/C}}{9,1093897 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \cdot 4,636363 \cdot 10^{-9} \text{ s} \\ &\approx 1,223179 \cdot 10^7 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

Koska elektronin nopeuden  $x$ -komponentti on  $1,1 \cdot 10^7$  m/s, elektronin nopeus on

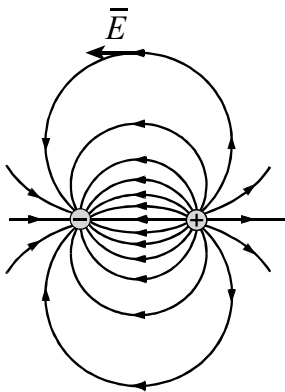
$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ &= \sqrt{(1,1 \cdot 10^7 \text{ m/s})^2 + (1,223179 \cdot 10^7 \text{ m/s})^2} \\ &\approx 16 \text{ Mm/s}. \end{aligned}$$

Elektronin nopeuden suunta elektronin poistuessa sähkökentästä:  $\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x}$ , josta kulma  $\alpha \approx 48^\circ$  vaakatasosta ylöspäin.

39. Työperiaatteen mukaan sähköisen voiman  $\alpha$ -hiukkaseen tekemä työ  $W = QU$  on yhtä suuri kuin  $\alpha$ -hiukkasen liike-energian muutos eli  $W = \Delta E_k$ . Koska  $\alpha$ -hiukkanen lähtee levosta, saadaan yhtälö  $QU = \frac{1}{2}mv^2$ , josta  $\alpha$ -hiukkasen nopeus on

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 130 \text{ V}}{6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} \approx 0,11 \text{ Mm/s.}$$

40. a) Sähkökenttää voidaan havainnollistaa kenttäviivoilla. Kenttäviivojen suunta on sovittu positiivisesta varauksesta pois päin ja negatiivista varausta kohti. Suuntaa kuvataan nuolilla. Kenttäviivojen tiheys kuvaa kentän voimakkuutta. Sähkökentän voimakkuuden suunta yksittäisessä pisteessä on sama kuin kenttäviivan tangentin suunta. Kuvassa on esitetty kahden erimerkkisen pistevarauksen muodostama sähkökenttä.

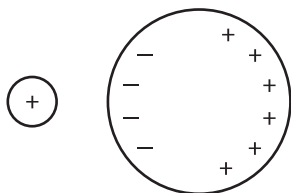


b) Koska pallot ovat sähköisessä vuorovaikutuksessa keskenään, niihin molempiin kohdistuu Newtonin III lain mukaan yhtä suuri voima. Oletetaan, että annettu etäisyys on pallojen keskipisteiden välinen etäisyys. Pienempään palloon kohdistuvan voiman suuruus saadaan Coulombin laista:

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = 8,98755 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-9} \text{ C} \cdot 0,05 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{(2,5 \text{ m})^2} \approx 0,1 \text{ nN.}$$

Koska kummankin pallon sähkövaraus on positiivinen, voima on hylkivä.

c) Kun pieni pallo viedään lähelle isoa palloa, sen positiivisesti varattu pinta vetää puoleensa ison metallipallon vapaita elektroneja. Isossa pallossa tapahtuu sähköinen influenssi, minkä johdosta suuren pallon pinta varautuu pienen pallon puolella negatiivisesti. Koska erimerkkiset varaukset ovat lähempänä toisiaan kuin samanmerkkiset varaukset, Coulombin lain mukaan pallojen välillä on vetovoima.



41. a) Koska levyt ovat laajat ja yhdensuuntaiset, niiden välissä olevan homogeenisen sähkökentän voimakkuuden suuruus on

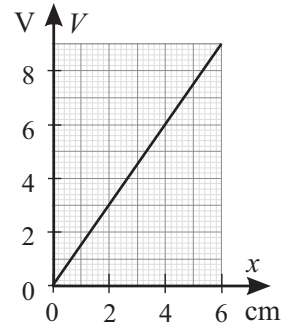
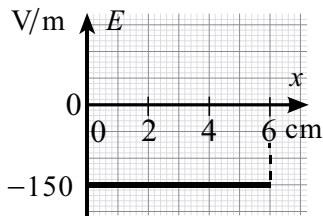
$$E_1 = \frac{U_{AB}}{x} = \frac{V_A - V_B}{x} = \frac{0 \text{ V} - 9,0 \text{ V}}{0,060 \text{ m}} = -150 \text{ V/m}.$$

Koska homogeenisessä sähkökentässä jännite on  $U_{AB} = V_A - V_B = Ex$ , levyn B potentiaali on

$$V_B = V_A - Ex = 0 \text{ V} - Ex = -Ex.$$

Potentiaali kasvaa lineaarisesti 6,0 cm matkalla arvosta 0 V arvoon

$$V = -Ex = -(-150 \text{ V/m}) \cdot 0,060 \text{ m} = 9,0 \text{ V}.$$



b) Välillä 1,0 cm ... 3,0 cm johdelevyissä sähkökentän voimakkuuden suuruus on  $E = 0 \text{ V/m}$  ja potentiaali  $V = \text{vakio}$ . Sähkökentän voimakkuuden suuruus johdelevyn ulkopuolella eli väleillä 0,0 cm ... 1,0 cm ja 3,0 cm ... 6,0 cm on

$$E_2 = \frac{U_{AB}}{x_1 + x_2} = \frac{V_A - V_B}{x_1 + x_2} = \frac{-9,0 \text{ V}}{0,010 \text{ m} + 0,030 \text{ m}} = -225 \text{ V/m}.$$

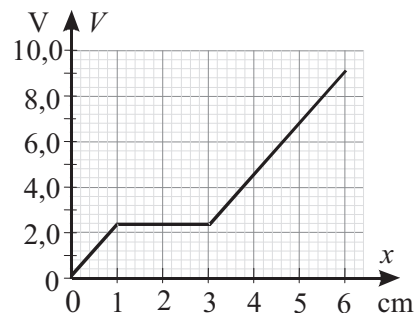
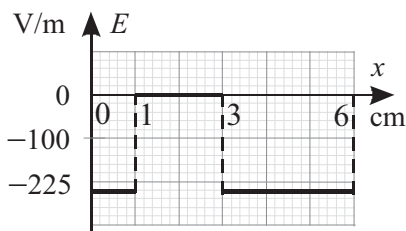
Potentiaali kasvaa lineaarisesti väleillä 0,0 cm ... 1,0 cm ja 3,0 cm ... 6,0 cm.

Potentiaali 1,0 cm kohdalla on

$$V = -Ex = -(-225 \text{ V/m}) \cdot 0,010 \text{ m} = 2,25 \text{ V ja}$$

6,0 cm kohdalla on

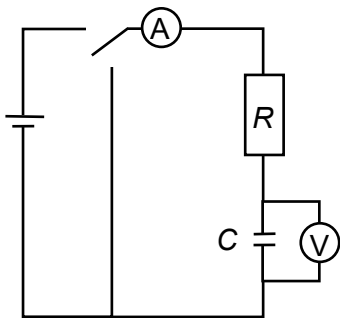
$$V = -Ex = -(-225 \text{ V/m}) \cdot 0,040 \text{ m} = 9,0 \text{ V}.$$



42. a) Samanmerkkiset sähkövaraukset hylkivät toisiaan, joten suurin varaustiheys syntyy johdekappaleessa kärkiin ja särmiin. Sähkökentän voimakkuus terävien kärkien lähellä voi olla niin suuri, että se ylittää ilman läpilyöntikestävyuden, jolloin tapahtuu varauksen purkautuminen ilmaan tai lähellä olevaan toiseen kappaleeseen.

b) Kondensaattorin kapasitanssi on  $C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{Ed}$ , jossa  $Q$  on kondensaattorin varaus,  $E$  levyjen välisen sähkökentän voimakkuuden suuruus ja  $d$  levyjen välimatka. Sähkökentässä olevassa eristekappaleessa tapahtuu sähköinen polarisaatio, joka pienentää sähkökentän voimakkuutta verrattuna sähkökentän voimakkuuteen ilmassa. Tästä syystä kondensaattorin kapasitanssi kasvaa, kun levyjen väliin asetetaan eristekappale.

43. a) Kondensaattori voidaan varata koskettamalla sen levyjä varatulla kappaleella tai kytkemällä kondensaattori paristoon tai jännitelähteeseen. Latausvirtaa voidaan tarkastella tietokonepohjaisen mittausjärjestelmän avulla.



b) Kondensaattorin sähkövaraus saadaan  $(t, I)$ -koordinaatistosta fysikaalisena pinta-alana: ruutuja on noin 8,4. Yhtä ruutua vastaa sähkövaraus  $1,0 \text{ mA} \cdot 1,0 \text{ ms} = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ As} = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ . Näin ollen kondensaattorin sähkövaraus on  $Q = 8,4 \cdot 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 8,4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ . Kondensaattorin kapasitanssi on

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{8,4 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{9,0 \text{ V}} \approx 0,93 \mu\text{F}.$$

c) Koska jännite oli 9,0 V ja sähkövirta 5,5 mA, vastuksen resistanssi oli

$$R = \frac{U}{I} = \frac{9,0 \text{ V}}{5,5 \text{ mA}} \approx 1,6 \text{ k}\Omega.$$

44. Kondensaattorien varaukset ovat

$$Q_1 = C_1 U_1 = 5,0 \text{ nF} \cdot 110 \text{ V} = 0,55 \mu\text{C} \text{ ja}$$

$$Q_2 = C_2 U_2 = 9,0 \text{ nF} \cdot 65 \text{ V} = 0,585 \mu\text{C}.$$

Koska kondensaattorit kytketään rinnan, kondensaattoriyhdistelmän varaus on

$$Q = Q_1 + Q_2 = 0,55 \mu\text{C} + 0,585 \mu\text{C} = 1,135 \mu\text{C}.$$

Yhdistelmän napojen välinen jännite on

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{1,135 \mu\text{C}}{14 \text{ nF}} = 81,0714 \text{ V} \approx 81 \text{ V}.$$

Elektronit siirtyvät alemmasta potentiaalista korkeampaan eli 9,0 nF:n kondensaattorista 5,0 nF kondensaattoriin.

Siirtyvän varauksen suuruus on

$$\Delta Q = C_2 \Delta U = 9,0 \text{ nF} \cdot (65 \text{ V} - 81,0714 \text{ V}) \approx -0,14 \mu\text{C}.$$

45. a) Kondensaattorit 2 ja 3 on kytketty rinnan, joten niiden yhteiskapasitanssi on

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 4,10 \mu\text{F} + 2,10 \mu\text{F} = 6,20 \mu\text{F}.$$

Kondensaattorit 1 ja 23 ovat sarjassa eli  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}}$ , joten kondensaattoriyhdistelmän

$$\text{kapasitanssi saadaan yhtälöstä } C = \frac{C_1 C_{23}}{C_1 + C_{23}} = \frac{8,30 \mu\text{F} \cdot 6,20 \mu\text{F}}{8,30 \mu\text{F} + 6,20 \mu\text{F}} = 3,549 \mu\text{F} \approx 3,5 \mu\text{F}.$$

b) Kondensaattorisysteemin kokonaisvaraus on

$$Q = CU_{AB} = 3,549 \mu\text{F} \cdot 110 \text{ V} = 390,4 \mu\text{C}.$$

Sarjaan kytkettyjen kondensaattorien varaus on yhtä suuri, joten  $Q_1 = Q_{23} = Q$ . Jännite rinnankytkettyjen kondensaattorien 2 ja 3 välillä on

$$U_{23} = \frac{Q_{23}}{C_{23}} = \frac{Q}{C_{23}} = \frac{390,4 \mu\text{C}}{6,20 \mu\text{F}} = 62,97 \text{ V}.$$

Koska kondensaattorit 2 ja 3 on kytketty rinnan, niiden levyjen välinen jännite on yhtä suuri eli

$$U_2 = U_3 = U_{23} \approx 63 \text{ V}.$$

Kondensaattorin 2 varaus on  $Q_2 = C_2 U_2 = 4,10 \mu\text{F} \cdot 62,97 \text{ V} \approx 0,26 \text{ mC}$ .

46. a) Kondensaattorit  $K_2$  ja  $K_3$  on kytketty rinnan, joten yhdistelmän kapasitanssi on

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 47 \mu\text{F} + 22 \mu\text{F} = 69 \mu\text{F}.$$

Koska kondensaattori  $K_1$  on kytketty edellisen yhdistelmän kanssa sarjaan, yhtälöstä  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}}$  saadaan yhdistelmän kapasitanssiksi

$$C = \frac{C_1 C_{23}}{C_1 + C_{23}} = \frac{120 \mu\text{F} \cdot 69 \mu\text{F}}{120 \mu\text{F} + 69 \mu\text{F}} \approx 44 \mu\text{F}.$$

b) Koska piste  $C$  on maadoitettu, pisteen  $C$  potentiaali on nolla. Pisteen  $B$  potentiaali on sama kuin pisteiden  $B$  ja  $C$  välinen jännite eli  $V_B = U_{BC}$ .

Koska kondensaattorin  $K_2$  läpilyöntijännite on  $10 \text{ V} (< 16 \text{ V} (K_3))$ , jännite pisteiden  $B$  ja  $C$  välillä voi olla korkeintaan  $10 \text{ V}$ . Tällöin kondensaattorin  $K_1$  läpilyöntijännite ei saa olla suurempi kuin  $8,0 \text{ V}$ , joten on tutkittava, rajoittaako kondensaattorin  $K_1$  jännite pisteiden  $B$  ja  $C$  välistä jännitettä.

Kapasitanssin yhtälöstä  $C = \frac{Q}{U}$  kondensaattorin varaus on  $Q = CU$ .

Jos  $V_B = 10 \text{ V}$ , rinnankytkettyjen kondensaattorien varaus on

$$Q = 69 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 10 \text{ V} \approx 6,9 \cdot 10^{-4} \text{ C}.$$

Tämä on myös ensimmäisen kondensaattorin varaus. Kondensaattorin  $K_1$  jännitteeksi saadaan

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{6,9 \cdot 10^{-4} \text{ C}}{120 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 5,75 \text{ V} < 8,0 \text{ V}.$$

Koska kondensaattorin  $K_1$  jännite on alle sen läpilyöntijännitteen, pisteen  $B$  potentiaali voi olla korkeintaan  $10 \text{ V}$ .

c) Pisteiden  $A$  ja  $C$  väliseksi suurimmaksi jännitteeksi saadaan

$$U_{AC,\max} = U_1 + U_{BC,\max} = 5,75\text{V} + 10\text{V} \approx 16\text{V}.$$

**47. a)** Epäpuhtausatomia, jonka ulkokuorella on yksi elektroni vähemmän kuin puolijohteen atomissa, kutsutaan akseptoriksi eli ottajaksi. Akseptorin kohdalle atomien välisiin sidoksiin jää tyhjä paikka, aukko, josta puuttuu elektroni. Akseptori sitoo aukkoon elektronin naapuriatomista, johon puolestaan jää aukko. Tähän aukkoon voi siirtyä elektroni toisesta lähiatomista, ja niin edelleen. Kiteessä kulkee silloin sähkövirta atomisidoksesta toiseen siirtyvien elektronien muodossa. Voidaan myös ajatella, että sähkövirta on aukon etenemistä kiteessä. Aukko käyttäytyy kuten positiivisesti varautunut hiukkanen, ja se kulkee vastakkaiseen suuntaan kuin elektronit, ts. sähkövirran suuntaan. Akseptoreilla seostettua puolijohdetta kutsutaan p-tyyppin puolijohdeksi, koska siinä varauksenkuljettajilla – aukoilla – on positiivinen varaus. Kun piihin seostetaan kolmannen pääryhmän alkuainetta, esimerkiksi booria, syntyy p-tyyppin puolijohde. Booriatomin ja piiatomien välisiin sidoksiin jää yhteen kohtaan aukko, koska boorilla on ulkokuorellaan vain kolme elektronia. Aukko toimii sähkökuljettajana siirtyessään sidoksesta toiseen koko kiteen läpi.

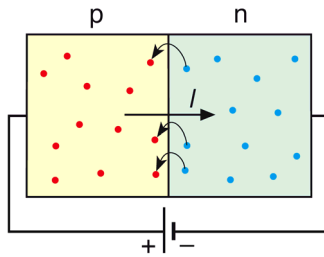
b) Epäpuhtausatomia, jossa ulkokuorella on yksi elektroni enemmän kuin puolijohteen atomissa, kutsutaan donoriksi eli antajaksi. Donori luovuttaa kiteeseen ylimääräisen elektronin, jota se ei tarvitse sidoksiin puolijohdeatomien kanssa. Tämä elektroni voi toimia varauksenkuljettajana. Donoreilla seostettua puolijohdetta kutsutaan n-tyyppin puolijohdeksi, koska siinä varauksenkuljettajina toimivat negatiivisesti varatut elektronit. Esimerkiksi piistä saadaan n-tyyppin puolijohde, kun siihen seostetaan viidennen pääryhmän alkuainetta, esimerkiksi arseenia. Arseenilla on uloimmalla kuorellaan viisi elektronia, joista neljä asettuu lujasti arseenin sidoksiin ympäröivien piiatomien kanssa ja viides jää vapaaksi.

**48. a)** Ennen p-tyyppin puolijohteen ja n-tyyppin puolijohteen yhdistämistä diodiksi molemmat puolijohdeet ovat sähköisesti neutraaleja: p-tyyppin puolijohdeessä on liikkuvia aukkoja ja sama määrä kiteeseen sidottuja negatiivisia akseptori-ioneja; n-tyyppin puolijohdeessä on liikkuvia elektroneja ja sama määrä kiteeseen sidottuja positiivisia donori-ioneja. Kun puolijohdeet yhdistetään, liitoskohdan lähistöllä olevia p-puolen aukkoja alkaa lämpöliikkeen vaikutuksesta siirtyä rajapinnan läpi n-puolelle ja n-puolen elektroneja p-puolelle. Kun elektroni kohtaa atomisidoksessa olevan aukon, se asettuu siihen, minkä jälkeen elektroni ja aukko eivät enää toimi varauksenkuljettajina. Tätä kutsutaan rekombinaatioksi.

b) Rekombinaatiossa liitoskohdan läheisyyteen muodostuu alue (leveys  $0,5\text{--}1\ \mu\text{m}$ ), jossa ei ole varauksenkuljettajia. Aluetta kutsutaan tyhjennysalueeksi.

c) Kun vapaat elektronit ja aukot ovat hävinneet pn-liitoskohdan ympäristöstä ja tyhjennysalue on muodostunut, molemmille puolille pn-liitosta jää nettovaraus: p-puolella on akseptori-ionien aiheuttama negatiivinen varaus ja n-puolella donori-ionien aiheuttama positiivinen varaus. Ionit ovat sidottuina kiderakenteeseen, ja ne eivät liiku. Varaukset aiheuttavat sähkökentän, jonka suunta on n-tyyppin puolijohdeesta p-tyyppin puolijohdeeseen. n-puolen ja p-puolen välistä potentiaalieroa sanotaan kynnysjännitteeksi. Sähkökenttä aiheuttaa tyhjennysalueen ulkopuolella n-alueessa oleviin elektroneihin ja p-puolella oleviin aukkoihin liitoskohdasta pois päin suuntautuvan sähköisen voiman. Tämän takia tyhjennysalueen ulkopuolella olevat varauksenkuljettajat eivät pysty siirtymään tyhjennysalueelle tai ylittämään sitä ilman lisäenergiaa.

d) Diodi on kytketty päästösuuntaan, kun p-puoli on yhdistetty jännitelähteen positiiviseen ja n-puoli negatiiviseen napaan. Syntyvä päästösuuntainen jännite on vastakkainen tyhjennysalueella vallitsevalle kynnysjännitteelle.



Kun päästösuuntainen jännite ylittää kynnysjännitteen arvon, sähkökentän suunta liitosalueella on p-alueesta n-alueeseen. Tämä sähkökenttä kuljettaa p-alueen aukkoja ja n-alueen elektroneja pn-rajapintaa kohti, jossa ne rekombinoituvat. Diodin läpi kulkee silloin sähkövirta päästösuuntaan eli p-alueesta n-alueelle. Sähkövirta kasvaa nopeasti jännitteen kasvaessa.

49. a) Johteiden, eristeiden ja puolijohteiden erilaista kykyä johtaa sähköä havainnollistetaan aineissa olevien elektronien energioiden avulla. Yksittäisessä atomissa elektroni vuorovaikuttaa atomin ytimen kanssa ja elektronin energialla voi olla vain tietyt erilliset arvot, joita kutsutaan energiatasoiksi. Kiinteässä aineessa, jossa atomit ovat toisiinsa sitoutuneina, elektroni kokee samanaikaisesti hyvin monen ytimen vaikutuksen. Silloin elektronin energian mahdolliset arvot voivat olla erillisten energiatasojen sijasta laajemmilla alueilla, joita kutsutaan energiavyöiksi. Energiavyöt koostuvat suuresta määrästä energiatasoja, joiden energiat ovat hyvin lähellä toisiaan. Energiavyöiden välissä on ns. kiellettyjä energiavöitä. Aineessa ei voi olla elektroneja, joiden energia on kielletyn vyön alueella.

b) Energialtaan korkein energiavyö, jossa on elektroneja, on valenssivyö. Valenssivyöllä olevat elektronit ovat sidottuja atomeihin; niiden avulla kiinteän aineen, kuten piin, atomit kiinnittyvät toisiinsa.

c) Johtavuusvyö on valenssivyön yläpuolella olevien energiatasojen yhteisnimitys. Johtavuusvyöllä olevat elektronit pääsevät liikkumaan vapaasti. Aine voi siis johtaa sähköä, jos sen johtavuusvyöllä on elektroneja.

50. Johteiden, puolijohteiden ja eristeiden vyörakenteet poikkeavat toisistaan, mikä selittää niiden erilaisen kyvyn johtaa sähköä.

Eristeissä ja puolijohteissa valenssivyön ja johtavuusvyön välissä on kielletty vyö. Eristeissä kielletty vyö on leveä ja valenssivyöllä olevan elektronin tulisi saada runsaasti lisäenergiaa, jotta se voisi siirtyä kielletyn vyön yli johtavuusvyöhön. Siirtyminen tapahtuu harvoin, ja siksi eristeet eivät johda sähköä.



Eristeen energiavyörakenne ja puolijohteen energiavyörakenne.

Puolijohdeissa valenssivyön ja johtavuusvyön välinen kielletty vyö on kapeampi kuin eristeissä, joten puolijohdeissa elektronit siirtyvät johtavuusvyölle helpommin kuin eristeissä. Puolijohdeissa lämpöliike riittää antamaan elektroneille tarpeeksi lisäenergiaa johtavuusvyölle siirtymiseen. Siksi puolijohde johtaa sähköä paremmin kuin eriste ja sen johtavuus paranee lämpötilan noustessa. Puolijohdeeseen saostetut epäpuhtaudet synnyttävät ylimääräisen sallitun energiatason valenssi- ja johtavuusvyön väliseen kiellettyyn vyöhön. Tämä tekee elektronien siirtymisen johtavuusvyölle entistä helpommaksi, mikä parantaa puolijohdeiden sähkönjohtavuutta.