

FYSIIKKA 6
KERTAUSTEHTÄVIEN
RATKAISUT

Kertaustehtävien ratkaisut

1. b) Vastuksen resistanssi on

$$R = \frac{U}{I} = \frac{4,5 \text{ V}}{0,084 \text{ A}} = 53,57 \Omega.$$

Vastuksen läpi kulkevan sähkövirran suuruus uudessa tapauksessa on

$$I = \frac{U}{R} = \frac{12 \text{ V}}{53,57 \Omega} \approx 220 \text{ mA}.$$

2. b) Rinnankytkettyjen vastusten kokonaisresistanssi saadaan yhtälöstä

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{220 \Omega} + \frac{1}{330 \Omega}.$$

Kokonaisresistanssi on $R = 132 \Omega$. Jännitelähteen läpi kulkeva sähkövirta saadaan Ohmin laista ja sen suuruus on

$$I = \frac{U}{R} = \frac{6,2 \text{ V}}{132 \Omega} = 0,04697 \text{ A}.$$

Sähkövirta jakautuu rinnankytketyille vastuksille resistanssien suhteessa. Jännite vastusten päiden välillä on sama $U_1 = U_2$, joten $R_1 I_1 = R_2 I_2$ ja edelleen

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{220 \Omega}{330 \Omega} = \frac{2}{3}.$$

Vastuksen 2 läpi kulkevalle sähkövirralle saadaan lausekkeet $I_2 = \frac{2}{3} I_1$

ja $I_2 = I - I_1$. Nämä yhdistämällä saadaan yhtälö $I - I_1 = \frac{2}{3} I_1$.

Ratkaistaan tästä yhtälöstä sähkövirran 1 suuruus, joka on

$$I_1 = \frac{3}{5} I = \frac{3}{5} \cdot 0,04697 \text{ A} \approx 28 \text{ mA}.$$

3. a) Yhtälöstä $U = E - R_s I$ saadaan sisäiseksi resistanssiksi

$$R_s = \frac{E - U}{I} = \frac{4,5 \text{ V} - 3,8 \text{ V}}{31 \cdot 10^{-3} \text{ A}} \approx 23 \Omega.$$

Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

4. b) Lampun teho on $P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$.

Tästä saadaan lampun resistanssiksi $R = \frac{U^2}{P} = \frac{(230 \text{ V})^2}{20 \text{ W}} \approx 2,6 \text{ k}\Omega$.

5. c) Coulombin laista $F = \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q \cdot Q}{r^2}$ saadaan $Q^2 = \frac{F \epsilon_r r^2}{k}$.

Varaus on

$$Q = \sqrt{\frac{F \epsilon_r r^2}{k}} = \sqrt{\frac{4,1 \text{ mN} \cdot 1,0006 \cdot (0,090 \text{ m})^2}{8,988 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2}} \approx 61 \text{ nC}.$$

6. Sähkökentän voimakkuus on $E = \frac{F}{q}$ ja yksikkö

$$[E] = \frac{[F]}{[q]} =$$

$$1 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{Cm}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{Cm}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{Asm}} = 1 \frac{\text{W}}{\text{Am}} = 1 \frac{\text{AV}}{\text{Am}} = 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

Oikea vaihtoehto on 4.

7. b) Lämpöä muodostuu

$$eU = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 120 \text{ kV} = 1,9 \cdot 10^{-14} \text{ J}.$$

8. a) Koska $C_1 = 0,50 \mu\text{F} + 1,5 \mu\text{F} = 2,0 \mu\text{F}$, yhtälöstä

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{1,0 \mu\text{F}} + \frac{1}{2,0 \mu\text{F}} \text{ saadaan } C \approx 670 \text{ nF}.$$

9. a) Kapasitanssi on $C = \frac{Q}{V} = \frac{15 \text{ mC}}{4,5 \text{ kV}} \approx 3,3 \mu\text{F}$.

10. c) Kondensaattorin varaus on

$$Q = CU = 200 \mu\text{F} \cdot 1,0 \text{ kV} = 0,2 \text{ C}.$$

Kokonaiskapasitanssi on

$$C_{\text{kok}} = 200 \mu\text{F} + 50 \mu\text{F} = 250 \mu\text{F}.$$

Jännite on

$$U = \frac{Q}{C_{\text{kok}}} = \frac{0,2 \text{ C}}{250 \mu\text{F}} = 0,8 \text{ kV}.$$

Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

Huomautus:

Seuraavissa tehtävissä mittarien ja jännitelähteiden sisäisiä resistansseja ei otata huomioon, ellei niitä ole tehtävässä mainittu.

11. a) Koska kytkin on auki, volttimittarin lukema on 0 V. Virtapiirissä on paristo, vastus ja ampeerimittari samanlaisessa kytkennässä kuin alkuperäinen kytkentä 1. Ampeerimittarin lukema on 100 mA.

b) Kytkimen avoimen aseman vuoksi virta ei kulje vasemmanpuoleisen vastuksen läpi. Virtapiiri on sama kuin alkuperäinen, joten volttimittarin lukema on 1,5 V ja ampeerimittarin 100 mA.

c) Kahden samanlaisen rinnankytketyn vastuksen kokonaisresistanssi on puolet alkuperäisestä, joten ampeerimittarin läpi kulkeva virta on 200 mA. (Vastusten läpi kulkevat virrat ovat molemmat 100 mA virran haarautumisen vuoksi). Volttimittarin lukema on 1,5 V.

d) Paristojen rinnankytkentä ei (juurikaan) muuta napajännitettä, joten volttimittarin lukema on 1,5 V. Vastuksen ja ampeerimittarin läpi kulkeva virta on 100 mA.

e) Sarjaan kytkettyjen paristojen napajännite on kaksinkertainen, joten volttimittarin lukema on 3,0 V. Ampeerimittarin läpi kulkeva virtakin on kaksinkertainen eli 200 mA.

12. a) Resistanssi on

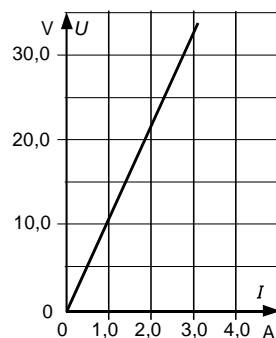
$$R = \frac{U}{I} = \frac{3,0 \text{ V}}{0,13 \cdot 10^{-3} \text{ A}} \approx 23,077 \text{ k}\Omega.$$

Sähkövirta on

$$I = \frac{U}{R} = \frac{12 \text{ V}}{23,077 \text{ k}\Omega} \approx 0,52 \text{ mA}.$$

b) Sijoitetaan havaintoarvot (I,U)-koordinaatistoon. Muodostetaan pistejoukosta suora. Suoran fysikaalinen kulmakerroin on johtimen resistanssi:

$$R = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{33,0 \text{ V}}{3,0 \text{ A}} = 11 \Omega.$$



c) Sähkövirralla on kemiallisia, magneettisia sekä lämpö- ja säteilyvaikutus. Ks. sivu 13.

Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

13. a) Kuvaajasta voidaan määrittää polttimon läpi kulkeva sähkövirta kullakin jännitteellä. Kun jännite on $U = 1,5 \text{ V}$, virta on $I = 1,0 \text{ A}$.

Polttimon resistanssi on

$$R = \frac{U}{I} = \frac{1,5 \text{ V}}{1,0 \text{ A}} = 1,5 \Omega.$$

b) Kun jännite on $U = 3,5 \text{ V}$, on sähkövirta $I \approx 1,7 \text{ A}$. Polttimon resistanssi on

$$R = \frac{U}{I} = \frac{3,5 \text{ V}}{1,7 \text{ A}} \approx 2,1 \Omega.$$

c) Polttimon resistanssi suurenee lämpenemisen vuoksi.

d) Koska kuvaaja ei ole lineaarinen, Ohmin laki ei ole voimassa polttimolle yleisesti. Resistanssi voidaan määrittää käyrän jokaisesta

pisteestä suhteen $R = \frac{U}{I}$ avulla.

14. a) Langan resistanssi on

$$R = \rho \frac{l}{A} = 2,655 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m} \cdot \frac{230 \text{ m}}{0,45 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \approx 0,14 \Omega.$$

b) Koska resistanssit ovat yhtä suuret, yhtälöstä $R_{\text{Fe}} = R_{\text{Al}}$ saadaan ehto

$$\rho_{\text{Fe}} \frac{l}{A_{\text{Fe}}} = \rho_{\text{Al}} \frac{l}{A_{\text{Al}}}.$$

Rautalangan poikkipinta-ala on

$$A_{\text{Fe}} = \frac{A_{\text{Al}} \rho_{\text{Fe}}}{\rho_{\text{Al}}} = \frac{5,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot 9,71 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}}{2,655 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}} \approx 18 \text{ mm}^2.$$

c) Resistanssin lämpötilariippuvuuden yhtälöstä

$R = R_{20}(1 + \alpha \Delta t)$ saadaan resistanssi huoneenlämmössä:

$$R_{20} = \frac{R}{1 + \alpha \Delta t} = \frac{75 \Omega}{1 + 6,8 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} \cdot (65 - 20) \text{ K}} \approx 57 \Omega.$$

Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

15. a) Yhtälöstä

$$U = R_1 I + R_2 I + R_3 I = I(R_1 + R_2 + R_3)$$

piirissä kulkevaksi sähkövirraksi saadaan

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{12 \text{ V}}{90 \Omega} \approx 0,13 \text{ A}.$$

b) Kussakin vastuksessa tapahtuvat jännitehäviöt ovat

$$U_1 = R_1 I = 15,0 \Omega \cdot 0,133 \text{ A} \approx 2,0 \text{ V}$$

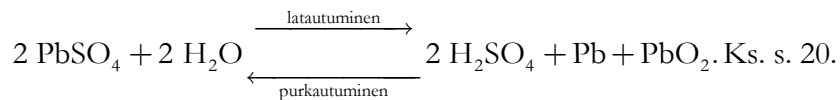
$$U_2 = R_2 I = 30,0 \Omega \cdot 0,133 \text{ A} \approx 4,0 \text{ V}$$

$$U_3 = R_3 I = 45,0 \Omega \cdot 0,133 \text{ A} \approx 6,0 \text{ V}.$$

c) Jännitehäviöiden summa on

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = 2,0 \text{ V} + 4,0 \text{ V} + 6,0 \text{ V} = 12 \text{ V}.$$

16. a) Lyijyakussa on kaksi lyijylevyä rikkihappoliuoksessa. Jännitelähteeseen kytkettäessä akku latautuu siinä tapahtuvien kemiallisten reaktioiden vuoksi. Reaktioyhtälö on



b) Voltan pari syntyy, kun sinkki- ja kuparilevy upotetaan happoliuokseen. Levyjen välille syntyy jännite. Ks. sivut 19 ja 21.

c) Paristo on sähköparien yhdistelmä. Pariston kemialliset reaktiot määräävät sen lähdejännitteen.

17. a) Säätoivastus ja 200Ω vastus on kytketty rinnan, joten niiden yhteisresistanssi saadaan yhtälöstä

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{1}{200 \Omega} + \frac{1}{200 \Omega} = \frac{2}{200 \Omega}.$$

Resistanssi on

$$R_1 = \frac{200 \Omega}{2} = 100 \Omega.$$

Tämä systeemi on kytketty sarjaan toisen 200Ω vastuksen kanssa. Kokonaisresistanssi on

$$R_{\text{kok}} = R_1 + R = R_1 + 200 \Omega = 100 \Omega + 200 \Omega = 300 \Omega.$$

Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

b) Kun systeemin resistanssin tulee olla 380Ω , säätövastuksen resistanssi voidaan laskea yhtälöstä

$$\left(\frac{1}{200 \Omega} + \frac{1}{R} \right)^{-1} + 200 \Omega = 380 \Omega.$$

Ratkaistaan tästä resistanssi R .

$$\left(\frac{1}{200 \Omega} + \frac{1}{R} \right)^{-1} = 180 \Omega$$

$$\frac{1}{200 \Omega} + \frac{1}{R} = \frac{1}{180 \Omega}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{180 \Omega} - \frac{1}{200 \Omega}$$

Säätövastuksen resistanssin tulee olla $R \approx 1800 \Omega$.

18. a) Sähkölaitteita, joiden toiminnassa hyödynnetään sähkövirran lämpövaikutusta, ovat mm. sähkökiuas, vedenkeitin, uuni ja leivänpaahdin.

b) Sähköenergiaa muuntuu lämmöksi teholla

$$P = RI^2 = 250 \Omega \cdot (3,0 \text{ A})^2 \approx 2,3 \text{ kW}.$$

c) Vastuksen sähköteho $P = RI^2$ ja lämmitysenergia $E = Pt = RI^2t$. Veden vastaanottama energia on $Q = cm\Delta\vartheta$. Koska energiahäviöt ovat pienet, yhtälöstä $RI^2t = cm\Delta\vartheta$ saadaan veden massaksi

$$m = \frac{RI^2t}{c\Delta\vartheta} = \frac{150 \Omega \cdot (3,5 \text{ A})^2 \cdot 7,5 \cdot 60 \text{ s}}{4,19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 50 ^\circ\text{C}} \approx 3,9 \text{ kg}.$$

19. a) Aurinkokennon pinta-alan tulisi olla

$$A = \frac{1000 \text{ MW}}{150 \text{ W/m}^2} \approx 6,67 \cdot 10^6 \text{ m}^2 = 6,7 \text{ km}^2.$$

b) Aurinkokennon luovuttama lämpö on $E = \eta Pt$ ja veden vastaanottama $Q = cm\Delta\vartheta$. Yhtälöstä $\eta Pt = cm\Delta\vartheta$ saadaan kuumennusajaksi

$$\begin{aligned} t &= \frac{E_{\text{anto}}}{\eta P} = \frac{cm\Delta\vartheta}{\eta P} \\ &= \frac{4,19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 2,0 \text{ kg} \cdot 35 ^\circ\text{C}}{0,90 \cdot 150 \text{ W}} \\ &= 2172 \text{ s} \approx 36 \text{ min}. \end{aligned}$$

Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

20. Vastuskierukan luovuttama lämpöenergia on

$$E = Pt = RI^2t = 10,0\Omega \cdot (2,0\text{ A})^2 \cdot 300\text{ s} = 12\text{ kJ}.$$

Oletetaan lämpövuodot vähäisiksi, jolloin tämä energia sulattaa jäätä. Olkoon jään vastaanottaman lämpöenergian määrä Q . Sulavan jään massa saadaan yhtälöstä $Q = E = sm$. Sulavan jään massa on

$$m = \frac{Q}{s} = \frac{12\text{ kJ}}{333\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 36,036\text{ g}.$$

Tilavuus pieneni $3,26\text{ cm}^3$, joten sulaneelle osalle voidaan kirjoittaa

$$V_{\text{jää}} - V_{\text{vesi}} = 3,26\text{ cm}^3 = \Delta V \text{ ja edelleen } \frac{m}{\rho_{\text{jää}}} - \frac{m}{\rho_{\text{vesi}}} = \Delta V.$$

Ratkaistaan tästä jään tiheys.

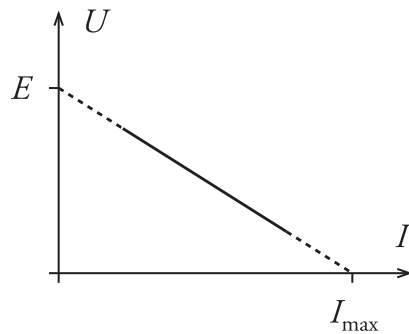
$$\begin{aligned} \frac{m}{\rho_{\text{jää}}} &= \Delta V + \frac{m}{\rho_{\text{vesi}}} \\ \rho_{\text{jää}} &= \frac{m}{\Delta V + \frac{m}{\rho_{\text{vesi}}}} = \frac{36,036\text{ g}}{3,26\text{ cm}^3 + \frac{36,036\text{ g}}{0,99984\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}} \approx 0,92\text{ g/cm}^3 \end{aligned}$$

21. a) Pariston kuormituskäyrällä tarkoitetaan (I,U) -kuvaajaa. Tässä I on pariston läpi kulkeva sähkövirta ja U pariston napajännite. Pariston napajännite muuttuu, kun sitä kuormitetaan eri tavoin (piirin kokonaisresistanssi muuttuu).

b) Paristoon kytketään säätövastus (tai muu kuorma, jonka resistanssia voidaan muuttaa). Lisäksi tarvitaan jännite- ja virtamittarit. Jännitemittari kytketään pariston napoihin. Virtamittari kytketään vastuksen kanssa sarjaan, jolloin se mittaa piirissä kulkevaa sähkövirtaa. Tämä sähkövirta on myös pariston läpi kulkeva sähkövirta.

Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

c) Kuormituskäyrältä voidaan lukea pariston lähdejännite ekstrapoloimalla kuvaajaa kohtaan $I = 0$ A. Lisäksi piirretyn suoran ja vaaka-akselin (I -akselin) leikkauskohdasta voidaan lukea oikosulkuvirran I_{\max} suuruus.



d) Yhtälöstä $E = R_s I + RI$ saadaan sähkövirraksi

$$I = \frac{E}{R_s + R} = \frac{4,5 \text{ V}}{150 \Omega + 0,23 \Omega} \approx 30 \text{ mA}.$$

22. a) Kolmen rinnankytketyn vastuksen yhteisresistanssi saadaan yhtälöstä

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{5,0 \Omega} + \frac{1}{5,0 \Omega} + \frac{1}{5,0 \Omega} = \frac{3}{5,0 \Omega}.$$

Resistanssi on

$$R_1 = \frac{5,0 \Omega}{3} \approx 1,67 \Omega.$$

Tämä yhdistelmä on sarjassa kahden muun vastuksen kanssa. Kokonaisresistanssi on

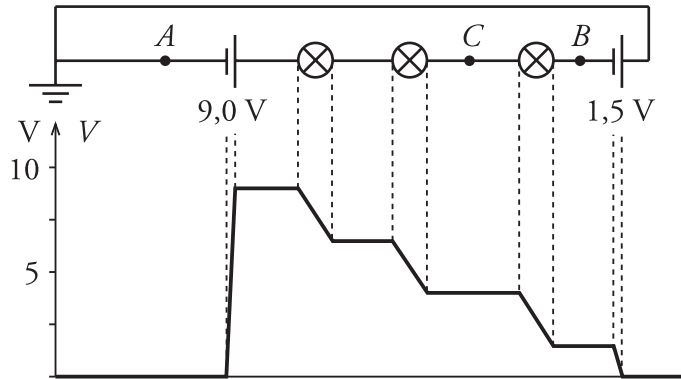
$$R = R_1 + 5,0 \Omega + 5,0 \Omega = 1,67 \Omega + 10,0 \Omega \approx 12 \Omega.$$

b) Kolmen rinnankytketyn pariston jännite on yhtä suuri kuin yhden pariston jännite. Siksi voidaan ajatella systeemiä kolmen sarjakytketyn pariston yhdistelmänä. Yhdistelmän jännite on

$$U = 5,0 \text{ V} + 5,0 \text{ V} + 5,0 \text{ V} = 15 \text{ V}.$$

Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

23. a) Piirissä on kaksi paristoa sarjassa. Kytkenän suunta on sellainen, että paristojen jännitteiden summa on $9,0 \text{ V} - 1,5 \text{ V} = 7,5 \text{ V}$. Kolmessa piirissä olevassa lampussa tapahtuu yhteensä $7,5 \text{ V}$ jännitehäviö, joten yhdessä lampussa tapahtuvan jännitehäviön suuruus on $\frac{7,5 \text{ V}}{3} = 2,5 \text{ V}$.



b) Pisteiden B ja C potentiaalit nähdään potentiaalikäyrältä ja ne ovat $V_B = 1,5 \text{ V}$ ja $V_C = 4,0 \text{ V}$.

Pisteiden välinen jännite on

$$U_{BC} = V_B - V_C = 1,5 \text{ V} - 4,0 \text{ V} = -2,5 \text{ V}.$$

c) Maadoituksella sovitaan potentiaalinnollakohta. Jos maadoitusta ei tehdä, potentiaalikäyrä on samanmuotoinen, mutta siinä ei voida ilmoittaa todellisia potentiaalilukemia (vaan ainoastaan potentiaalieroja).

24. a) Joulen laki: Sähköjohdin tai laite, jonka resistanssi on R , kuluttaa virtapiirissä tehon

$$P = RI^2 = \frac{U^2}{R}, \text{ jossa } U \text{ on jännitehäviö ja } I \text{ sähkövirta. Ks. s. 50.}$$

b) Kirchhoffin 1. laki: Virtapiirissä haarautumispisteeseen tulevien sähkövirtojen summa on yhtä suuri kuin siitä lähtevien sähkövirtojen summa. Ks. s. 15.

c) Kirchhoffin 2. laki: Suljetun virtapiirin jokaisessa umpinaisessa silmukassa lähdejännitteiden E summa on yhtä suuri kuin piirissä tapahtuvien jännitehäviöiden U summa. Ks. s. 55.

Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

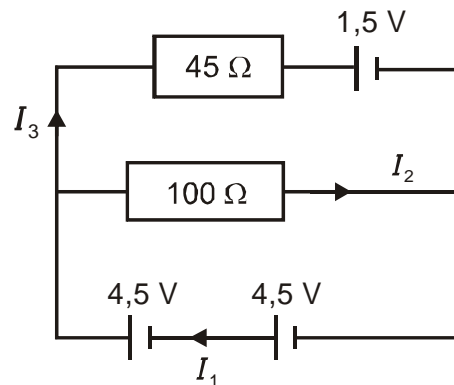
25. Kirchhoffin lakien perusteella saadaan yhtälöt

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ 4,5 \text{ V} + 4,5 \text{ V} - 45 \Omega \cdot I_3 - 1,5 \text{ V} = 0 \\ 4,5 \text{ V} + 4,5 \text{ V} - 100 \Omega \cdot I_2 = 0 \end{cases}$$

Alimmasta yhtälöstä saadaan sähkövirta $I_2 = 90 \text{ mA}$, keskimmäisestä $I_3 \approx 170 \text{ mA}$ ja ylimmästä $I_1 = 260 \text{ mA}$.

Ylimmässä vastuksessa tapahtuva jännitehäviö on

$$U_3 = RI_3 = 45 \Omega \cdot 0,167 \text{ A} \approx 7,5 \text{ V}.$$



26. Kirchhoffin I lain mukaan on $I = I_1 + I_2$, josta edelleen

$$I_2 = I - I_1 = 11,0 \text{ mA} - 6,8 \text{ mA} = 4,2 \text{ mA}.$$

Ohmin lain mukaan $U=RI$, joten vastuksen 1 resistanssi on

$$R_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{2 \cdot 1,5 \text{ V}}{0,0068 \text{ A}} \approx 440 \Omega.$$

Vastukset 2 ja 3 ovat sarjassa, joten niiden yhteisresistanssi on $R_{23} = R_2 + R_3$. Näiden vastusten läpi kulkee sama sähkövirta I_2 .

Ratkaistaan ensin resistanssi

$$R_{23} = \frac{U}{I_2} = \frac{3,0 \text{ V}}{0,0042 \text{ A}} = 714,3 \Omega.$$

Vastuksen 2 resistanssi on

$$R_2 = R_{23} - R_3 = 714,3 \Omega - 50 \Omega \approx 660 \Omega.$$

Vastuksen tehonkulutus on

$$P_2 = R_2 I_2^2 = 664,3 \Omega \cdot (0,0042 \text{ A})^2 \approx 12 \text{ mW}.$$

Fysiikka 6

Kertaustehtävien ratkaisut

27. a) Kylpyhuoneessa suihkusta tuleva kosteus voi aiheuttaa sähkölaitteissa oikosulkuja, ja käyttäjälleen sähköiskun, jonka seuraukset voivat olla vakavat.

b) Sähkötapaturmassa ihmisestä tulee tavalla tai toisella sähkövirtapiirin osa, jolloin sähkövirta pääsee kulkemaan ihmisen kehon kautta. Jo hyvin pienikin sähkövirta voi aiheuttaa ongelmia ihmisen aivosähkötoiminnoissa.

28. a) Elektroskooppi muodostuu kahdesta metallisesta liuskasta, jotka on eristetty muusta rasiasta (ks. sivu 79). Kun elektroskoopin nuppia kosketetaan varatulla kappaleella, varausta siirtyy metalliliuskoihin ja ne varautuvat samanmerkkisesti. Liuskat erkanevat toisistaan sähköisen hylkimisvoiman vuoksi. Erkaneminen on sitä voimakkaampaa mitä suuremmasta varauksesta on kyse. Elektroskooppi ei kerro varauksen merkkiä. Varausta purkautuu vähitellen ympäristöön ja liuskat palaavat lopuksi alkuperäiseen asentoon.

b) Oletetaan, että nupin lähelle tuodaan positiivisesti varattu kappale, jolla ei kuitenkaan kosketeta nuppia. Silloin elektroskooppi ei varaudu sähköisesti, mutta siinä tapahtuu influenssi-ilmiö. Elektroskoopin liuskosten metallimateriaalin vapaat elektronit asettuvat lähelle nuppia ja liuskat saavat hetkellisesti positiivisen varauksen ja erkanevat toisistaan. Kun ulkopuolinen varaus poistetaan, liuskat palaavat välittömästi alkuperäiseen asentoonsa. Vastaava ilmiö tapahtuu myös tuomalla nupin lähelle negatiivisesti varattu kappale.

c) Jos varatulla kappaleella kosketetaan elektroskoopin nuppia, varausta siirtyy elektroskoopin liuskoihin kunnes kappaleen ja elektroskoopin potentiaali on sama. Elektroskooppi jää varautuneeksi.

29. a) Koska molemmat varaukset ovat positiivisia, hiukkaset hylkivät toisiaan ja niihin kohdistuvat voimat ovat vastakkaissuuntaisia. Voimat ovat suuruudeltaan yhtä suuret voiman ja vastavoiman lain mukaan. Oikea vaihtoehto on kuva a).

b) Coulombin lain riippuvuussuhteet voidaan tutkia kahden mittauksen avulla.

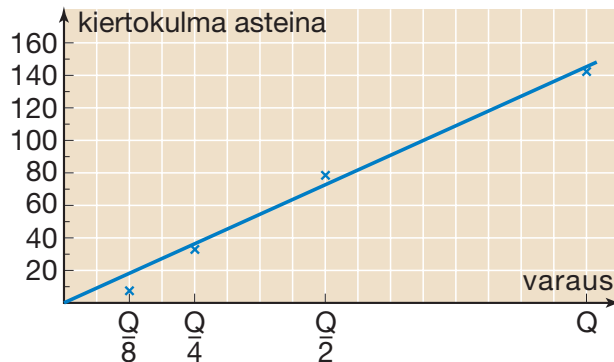
Mittaus 1: Varataan kiertyvän akselin päässä oleva pallo ja kosketetaan sillä testipalloa, jolloin molemmat pallot saavat saman varauksen. Tutkitaan ensin varauksen ja kiertokulman välistä riippuvuutta. Pidetään tässä mittauksessa kiinteän ja kiertyvän pallon välimatka koko mittauksen ajan vakiona. Testipallon varaus voidaan helposti puolittaa koskettamalla sitä toisella samanlaisella pallolla.

Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

Taulukossa on eräät mittaustulokset.

Varaus	Kiertokulma a
Q	142°
Q/2	79°
Q/4	32°
Q/8	8°

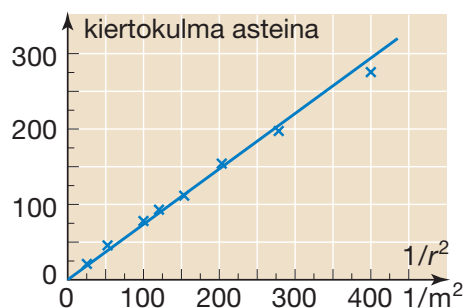
Merkitään mittaustulokset (Q, a) -koordinaatistoon.



Mittaustuloksista havaitaan, että varauksen pienentyessä kiertokulma pienenee, joten myös pallojen välinen sähköinen hylkimisvoima pienenee. Kiertokulman suuruus on verrannollinen varauksen suuruuteen, joten myös sähköstaattisen voiman suuruus on suoraan verrannollinen kiertokulman suuruuteen.

Mittaus 2: Tehdään toinen kiertymiskulmien mittaus. Kun nyt pallojen varaukset pidetään vakioina ja muutetaan pallojen välistä etäisyyttä, kiertokulman havaitaan kasvavan, kun etäisyys pienenee. Siis myös voima kasvaa, kun etäisyys pienenee. Kiertymä esitetään etäisyyden neliön käänteisluvun funktiona, saadaan oheinen kuvaaja. Huomataan, että pisteet asettuvat likimain suoralle, joten suureiden välillä on riippuvuus $a \sim 1/r^2$.

Mittauksen 1 mukaan pallojen välinen voima on suoraan verrannollinen kiertymään, joten voima on suoraan verrannollinen myös etäisyyden neliön käänteislukuun: $F \sim 1/r^2$.



Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

30. a) Ytimen koossapysyminen aiheutuu vahvasta vuorovaikutuksesta.
Ks. Fysiikka 1, sivu 71

b) Oletetaan protonin halkaisijaksi 1 fm. Keskimäärin protonien etäisyys on 0,5 fm, jolloin protonien keskipisteiden etäisyys on likimain 1,5 fm. Coulombin voima on

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \\ = 8,99 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \cdot \frac{1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{(1,5 \cdot 10^{-15} \text{ m})^2} \\ \approx 100 \text{ N}.$$

Massa olisi noin

$$m = \frac{G}{g} = \frac{102,6 \text{ N}}{9,81 \text{ m/s}^2} \approx 10 \text{ kg}.$$

31. Kun pallo on tasapainossa, on voimassa tasapainoehto $\sum \vec{F} = \vec{0}$.
Kun valitaan suunnat oikealle ja ylös positiivisiksi, saadaan ehdot

$$\sum F_x = 0 \text{ eli } F_s - T \sin \alpha = 0 \text{ ja}$$

$$\sum F_y = 0 \text{ eli } T \cos \alpha - mg = 0.$$

Kun yhtälöt $\begin{cases} T \sin \alpha = F_s \\ T \cos \alpha = mg \end{cases}$ jaetaan puolittain, saadaan

$$\tan \alpha = \frac{F_s}{mg}, \text{ josta } F_s = mg \tan \alpha.$$

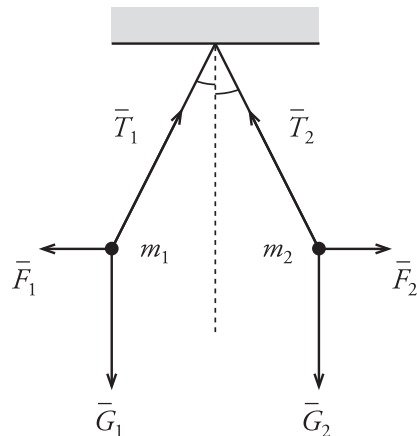
Koska levyjen välinen jännite on 130 V ja etäisyys 0,050 m, sähkökentän voimakkuus on $E = 2,6 \text{ kV/m}$.

Homogeenisen sähkökentän voimakkuus on $E = \frac{F_s}{Q}$, joten varaus on

$$Q = \frac{F_s}{E} = \frac{mg \tan \alpha}{E} \\ = \frac{0,0027 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot \tan 2,4^\circ}{2,6 \cdot 10^3 \text{ V/m}} \\ \approx 4,3 \cdot 10^{-7} \text{ C} = 0,43 \mu\text{C}.$$

Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

32. Piirretään kuvio, josta käy ilmi palloihin vaikuttavat voimat (painovoima, langan jännitysvoima ja sähköinen hylkimisvoima).

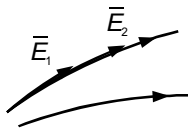


Pallot ovat sähköisessä vuorovaikutuksessa keskenään, joten Newtonin III lain mukaan kaikissa kolmessa tapauksessa sähköiset voimat ovat suuruudeltaan keskenään yhtä suuret eli $F_1 = F_2$. Varausten suuruus vaikuttaa ainoastaan ripustuslangan asentoon (kulmaan Θ).

Koska tapauksissa 1) ja 2) pallojen massat ovat yhtä suuret, muodostuu silloin kumpaankin lankaan yhtä suuri jännitysvoima ja pallot asettuvat piirretyn kuvan mukaisesti.

Tapauksessa 3) pallojen massat eivät ole yhtä suuret keskenään ja siksi lankojen jännitysvoimat ovat nyt erisuuret. Pallot eivät asetu kuvan mukaisesti, vaan $\Theta_1 \neq \Theta_2$ (tarkemmin $\Theta_1 < \Theta_2$).

33. a)



Tehtävän ratkaisussa on huomioitava seuraavat asiat:

Sähkökentän kenttäviivat

- suunnattuja viivoja, kenttäviivat ovat yhdensuuntaiset kentän kanssa
- viivojen tiheys on verrannollinen kenttävoimakkuuteen
- viivat alkavat positiivisesta varauksesta ja päättyvät negatiiviseen varaukseen

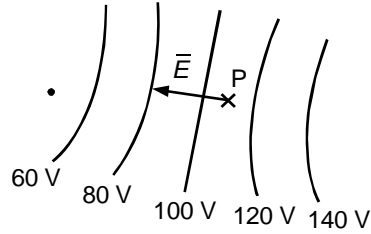
Tasapotentialipinnat

- pinta, jonka kaikkien pisteiden potentiaali on sama
- tasapotentialipinta on aina kohtisuorassa kenttäviivoja vastaan

Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

b) Sähkökentän voimakkuus \vec{E} on kohtisuorassa tasapotentialipintoja vastaan ja suuntautuu alenevan potentiaalin suuntaan. Pisteessä P lähellä

$$E = \frac{U}{\Delta s} = \frac{20 \text{ V}}{0,010 \text{ m}} = 2 \text{ kV/m}.$$



34. Varauksen $+Q$ ja $-Q$ pisteeseen P synnyttämät sähkökentän voimakkuudet ovat \vec{E}_1 ja \vec{E}_2 .

Kummankin varauksen kenttävoimakkuudet ovat yhtä suuret eli

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}.$$

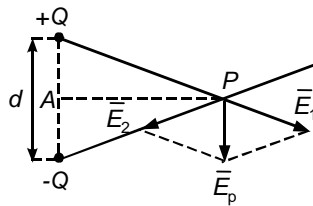
Kenttävoimakkuus pisteessä P on $\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.

Kuviosta saadaan yhdenmuotoisten kolmioiden avulla verranto $\frac{E_p}{E_1} = \frac{d}{r}$,

josta sähkökentän voimakkuus dipolin keskinormaalilla pisteessä P on

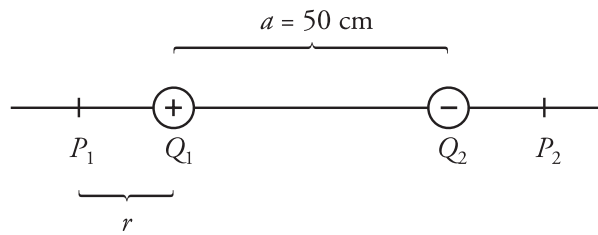
$$E_p = \frac{d}{r} E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qd}{r^3}.$$

Varauksen q siirtämisessä tehty työ on nolla, koska varaukseen vaikuttava sähköinen voima $\vec{F} = Q\vec{E}$ on koko ajan kohtisuorassa siirtymävektoria \vec{PA} vastaan. Siis $W_{PA} = 0$.



Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

35.



Pisteessä P_1 varauksen Q_1 aiheuttaman sähkökentän suunta on kuvassa vasemmalle ja varauksen Q_2 aiheuttaman kentän suunta oikealle. Kentän voimakkuus on nolla, mikäli

$$E_{Q1} = E_{Q2}$$

$$k \frac{Q_1}{r^2} = k \frac{|Q_2|}{(r+a)^2}$$

$$Q_1(r+a)^2 = |Q_2|r^2$$

$$(Q_1 - |Q_2|)r^2 + 2Q_1ar + Q_1a^2 = 0$$

Sijoitetaan tähän tehtävän lukuarvot, jolloin saadaan yhtälö

$$(2,0 \cdot 10^{-8} \text{ C} - 8,0 \cdot 10^{-8} \text{ C})r^2 + 2 \cdot 2,0 \cdot 10^{-8} \text{ C} \cdot 0,50 \text{ m} \cdot r + 2,0 \cdot 10^{-8} \text{ C} \cdot (0,50 \text{ m})^2 = 0.$$

Ratkaistaan yhtälö toisen asteen yhtälön ratkaisukaavalla, jolloin saadaan etäisyydeksi

$r \approx 0,50 \text{ m}$ (tai $r \approx -0,17 \text{ m}$, joka hylätään, koska tässä r tarkoitti etäisyyttä, $r \geq 0$). Piste P_1 sijaitsee siis 50 cm varauksesta Q_1 vasemmalle.

Varausten välissä sähkökentän voimakkuus ei voi olla nolla, koska molempien varausten aiheuttamien kenttien suunta on kuvassa oikealle. Pisteessä P_2 varauksen Q_1 aiheuttaman sähkökentän suunta on oikealle ja varauksen Q_2 aiheuttaman sähkökentän suunta vasemmalle. Varaus Q_2 on kuitenkin itseisarvoltaan suurempi ja piste P_2 on lähempänä varausta Q_2 . Siksi ei ole olemassa sellaista pistettä P_2 , jossa sähkökentän voimakkuus olisi nolla.

(Asian voi halutessaan tarkistaa laskemalla, mutta tämä ei ole välttämätöntä.)

Pisteessä P_2 sähkökentän voimakkuus on nolla, mikäli

$$E_{Q1} = E_{Q2}$$

$$k \frac{Q_1}{(a+s)^2} = k \frac{|Q_2|}{s^2}$$

$$Q_1s^2 = |Q_2|(a+s)^2$$

$$(|Q_2| - Q_1)s^2 + 2|Q_2|as + |Q_2|a^2 = 0$$

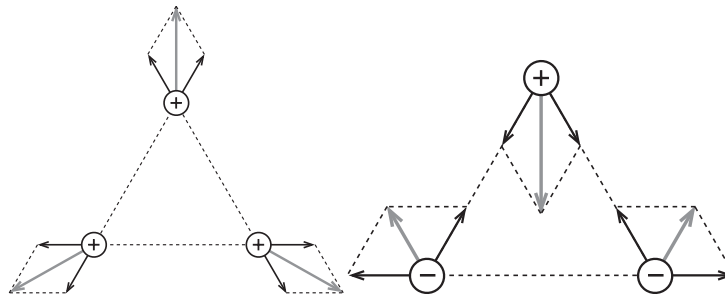
Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

Sijoitetaan tähän tehtävän lukuarvot, jolloin saadaan yhtälö

$$(8,0 \cdot 10^{-8} \text{ C} - 2,0 \cdot 10^{-8} \text{ C})s^2 + 2 \cdot 8,0 \cdot 10^{-8} \text{ C} \cdot 0,50 \text{ m} \cdot s + 8,0 \cdot 10^{-8} \text{ C} \cdot (0,50 \text{ m})^2 = 0.$$

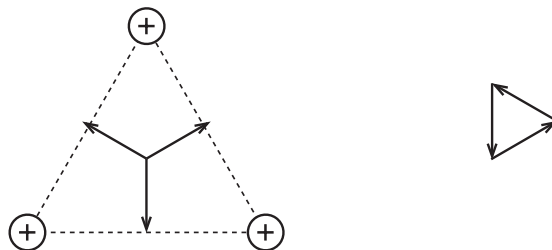
Yhtälön ratkaisut $s \approx -0,33 \text{ m}$ ja $s = -1,0 \text{ m}$ ovat molemmat negatiivisia, joten ne hylätään (koska s tarkoitti etäisyyttä.)

36. a) Pallojen varausten suhteen kolmiolla on kaksi oleellisesti erilaista tilannetta: kaikissa kärjissä samanmerkkinen varaus tai yksi pallo erimerkkisesti varautunut kuin kaksi muuta. Piirretään kummastakin tapauksesta voimakuviot. Samanmerkkisten varausten tapauksessa on samantekevää ovatko varaukset negatiiviset vai positiiviset. Erimerkkisten varaustenkin tapauksessa kuvio on aina symmetrinen ja samankaltainen.



Kuvien perusteella voidaan päätellä, että vaihtoehto B on fyysikaalisesti mahdollinen.

b) Kolmion keskipisteessä sähkökentän voimakkuus on 22 N/C yhden pallon varauksen aiheuttamana. Kaikki pallot ovat yhtä kaukana kolmion keskipisteestä. Toisaalta jokaisen pallon varaus on yhtä suuri. Siksi jokaisen pallon kolmion keskipisteeseen aiheuttaman sähkökentän voimakkuusvektorit ovat yhtä pitkiä. Vektorit muodostavat tasasivuisen kolmion, joten niiden vektorisumma on nolla. Sähkökentän voimakkuus kolmion keskipisteessä on siis nolla.



37. a) Tasojen välinen jännite on $U = 165 \text{ V} - 95 \text{ V} = 70 \text{ V}$.
Kenttävoimakkuus on

$$E = \frac{U}{\Delta s} = \frac{70 \text{ V}}{0,030 \text{ m}} \approx 2,3 \text{ kV/m},$$

suunta kohti alempaa potentiaalia.

b) Siirtotyö on $W = qU = q\Delta V = 45 \text{ nC} \cdot 120 \text{ V} = 5,4 \mu\text{J}$.

Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

38. a) Koska levyt ovat laajat ja yhdensuuntaiset, niiden välissä olevan homogeenisen sähkökentän voimakkuus on

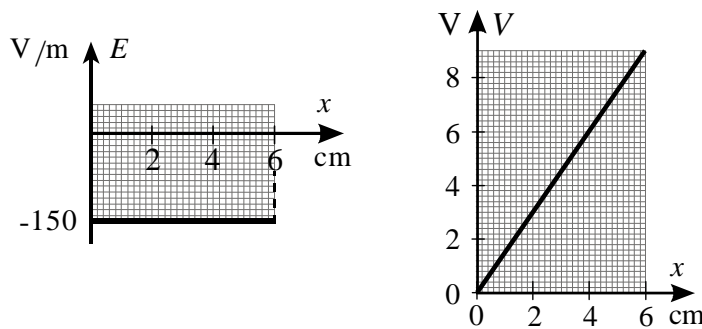
$$E_1 = \frac{U_{AB}}{x} = \frac{V_A - V_B}{x} = \frac{0 \text{ V} - 9,0 \text{ V}}{0,060 \text{ m}} = -150 \text{ V/m}.$$

Koska homogeenisessä sähkökentässä jännite on $U_{AB} = V_A - V_B = Ex$, pisteen B potentiaali on

$$V_B = V_A - Ex = 0 \text{ V} - Ex = -Ex.$$

Potentiaali kasvaa lineaarisesti 6 cm matkalla arvosta 0 V arvoon

$$V = -Ex = -(-150 \text{ V/m}) \cdot 0,060 \text{ m} = 9,0 \text{ V}.$$



b) Välillä 1 ... 3 cm johdelevyssä sähkökentän voimakkuus on $E = 0$ V/m ja potentiaali $V =$ vakio. Sähkökentän voimakkuus johdelevyn ulkopuolella eli väleillä 0...1 cm ja 3 cm...6 cm on

$$E_2 = \frac{U_{AB}}{x_1 + x_2} = \frac{V_A - V_B}{x_1 + x_2} = \frac{-9,0 \text{ V}}{0,010 \text{ m} + 0,030 \text{ m}} = -225 \text{ V/m}.$$

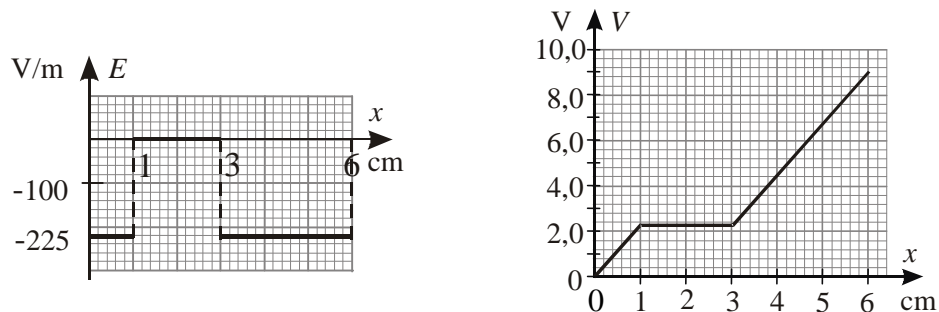
Potentiaali kasvaa lineaarisesti väleillä 0 ... 1 cm ja 3 cm ... 6 cm.

Potentiaali 1 cm kohdalla on

$$V = -Ex = -(-225 \text{ V/m}) \cdot 0,010 \text{ m} = 2,25 \text{ V ja}$$

6 cm kohdalla on

$$V = -Ex = -(-225 \text{ V/m}) \cdot 0,040 \text{ m} = 9,0 \text{ V}.$$



Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

39. a) Työ on $W = 0 \text{ J}$.

b) Työ on $W = qEs = 1,2 \mu\text{C} \cdot 0,40 \text{ kV/m} \cdot 0,030 \text{ m} \approx 14 \mu\text{J}$.

c) Työ on $W = 1,2 \mu\text{C} \cdot 0,40 \text{ kV/m} \cdot 0,010 \text{ m} = 4,8 \mu\text{J}$.

d) Jännite on $U_{AB} = 0 \text{ V}$.

Jännite on $U_{AC} = E\Delta s = 0,40 \text{ kV/m} \cdot 0,030 \text{ m} = 12 \text{ V}$.

Jännite on $U_{AD} = 0,40 \text{ kV/m} \cdot 0,010 \text{ m} = 4,0 \text{ V}$.

40. Sähkökentän voimakkuus on vakio sekä välillä $0,0 \text{ mm} - 1,0 \text{ mm}$ että välillä $1,0 \text{ mm} - 2,0 \text{ mm}$, joten kyseessä on homogeeninen sähkökenttä. Potentiaali muuttuu lineaarisesti kummallakin välillä. Levy A on maadoitettu, joten sen potentiaali on nolla. Välillä $0,0 \text{ mm} - 1,0 \text{ mm}$ potentiaali kasvaa arvosta nolla arvoon $1,0 \text{ kV}$. Potentiaalilauseke tällä välillä on

$$V(x) = 1,0 \frac{\text{kV}}{\text{mm}} \cdot x.$$

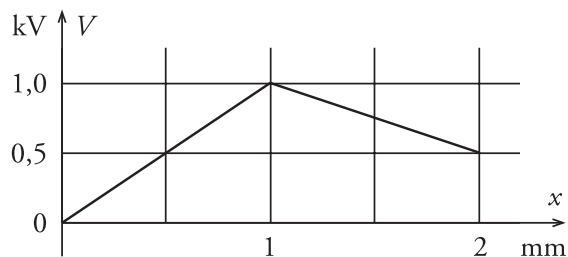
Homogeenisen sähkökentän suunta on oikealta vasemmalle (ylemmästä potentiaalista alempaan).

Välillä $1,0 \text{ mm} - 2,0 \text{ mm}$ sähkökentän suunta on vastakkainen, vasemmalta oikealle. Potentiaali alenee arvosta $1,0 \text{ kV}$ arvoon

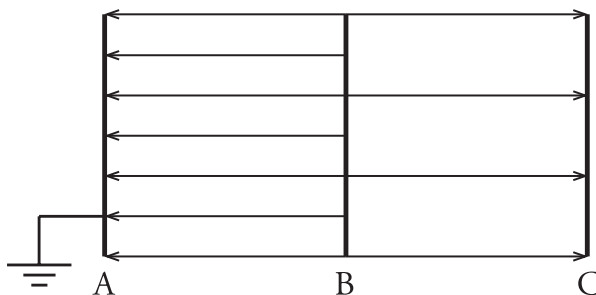
$$1,0 \frac{\text{kV}}{\text{mm}} - 0,5 \frac{\text{kV}}{\text{mm}} \cdot 1,0 \text{ mm} = 0,5 \text{ kV}.$$

Potentiaalilauseke tällä välillä on $V(x) = -0,5 \frac{\text{kV}}{\text{mm}} \cdot x + 1,5 \text{ kV}$.

Potentiaalilauseke on seuraava:



Potentiaalilausekkeet edustavat tässä kuvaajassa olevien suorien yhtälöitä. Sähkökentän kenttäviivojen tiheys kuvaa kentän voimakkuutta. Levyjen välissä kenttäviivaesitys on seuraava:



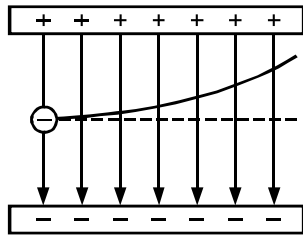
Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

41. a) Millikan ruiskutti öljypisaroita kondensaattorilevyjen väliin ja tarkkaili mikroskoopilla varauksellisen pisaran liikettä. Tutkimuksen avulla hän pystyi määrittämään alkeisvarauksen $e = 1,6022 \cdot 10^{-19}$ C. Ks. s.109.

b) Pisaraan vaikuttavat voimat ovat painovoima $G = mg$ ja sähköinen voima $F = qE$. Koska öljypisara pysyy paikallaan kahden vaakasuoran johdelevyn välisessä sähkökentässä, oltava $qE = mg$ eli $q \frac{U}{d} = mg$. Jännite on

$$U = \frac{mgd}{q} = \frac{3,0 \cdot 10^{-14} \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,010 \text{ m}}{2 \cdot 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \approx 9,2 \text{ kV}.$$

42. a) Elektroni liikkuu kuvassa tasaisesti oikealle alkunopeutensa vuoksi. Sähkökenttä kohdistaa elektroniin voiman, jonka suunta on kuvassa ylöspäin. Elektronilla on siis kiihtyvyyttä ylöspäin. Elektronin rata kaartuu kohti positiivista levyä. Kuvassa on elektronin rata pääpiirteissään.



b) Elektronin pystysuora siirtymä on

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 = \frac{qE}{2m} \left(\frac{s_x}{v_x} \right)^2 \\ &= \frac{1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 15 \text{ kN/C}}{2 \cdot 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \cdot \left(\frac{0,051 \text{ m}}{1,1 \cdot 10^7 \text{ m/s}} \right)^2 \\ &\approx 28 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

c) Elektronin nopeuden pystysuora komponentti on

$$v_y = at = \frac{qEt}{m} = \frac{qE}{m} \cdot \frac{s}{v}$$

$$= \frac{1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 15 \text{ kN/C}}{9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \cdot \frac{0,051 \text{ m}}{1,1 \cdot 10^7 \text{ m/s}}$$

$$\approx 1,22 \cdot 10^7 \text{ m/s}.$$

Koska elektronin nopeuden vaakasuora komponentti on $1,1 \cdot 10^7 \text{ m/s}$, elektronin nopeudeksi saadaan

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$= \sqrt{(1,1 \cdot 10^7 \text{ m/s})^2 + (1,22 \cdot 10^7 \text{ m/s})^2}.$$

$$\approx 16 \text{ Mm/s}$$

Nopeuden suunta: $\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x}$, josta kulma $\alpha \approx 48^\circ$ vaakatasosta ylöspäin.

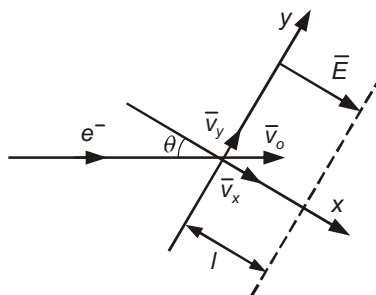
43. Energiaperiaatteen mukaan kentän tekemä työ on yhtä suuri kuin α -hiukkasen liike-energia:

$$QU = \frac{1}{2}mv^2,$$

josta α -hiukkasen nopeus on

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 130 \text{ V}}{6,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} \approx 1,1 \cdot 10^5 \text{ m/s} = 0,11 \text{ Mm/s}.$$

44.



b) Kuvan sähkökentässä elektronin nopeus x -suunnassa hidastuu. Sähkökentän voimakkuus levyjen välissä on $E = 8,1 \cdot 10^5 \text{ V/m}$, joten levyjen välinen jännite on $U = Ed = 8,1 \cdot 10^5 \text{ V/m} \cdot 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 2430 \text{ V}$. Elektroni tekee työtä sähköistä voimaa vastaan ja sen liike-energia pienenee (rajatapauksessa nolnaan) eli $\Delta E_k = W = qU$ ja edelleen

Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

$\frac{1}{2}mv_x^2 = qU$. Elektronin x -suuntainen nopeus sen tullessa kuvan sähkökenttään on

$$v_x = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2430 \text{ V}}{9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 2,924 \cdot 10^7 \text{ m/s}.$$

Elektronin alkunopeus sen tullessa vinosti sähkökenttään on

$$v_0 = \frac{v_x}{\cos 30^\circ} = 3,376 \cdot 10^7 \text{ m/s}.$$

Ennen kuvan sähkökenttään tuloa elektronia kiihdytetään siis nopeuteen

$$v_0 \approx 3,4 \cdot 10^7 \text{ m/s}.$$

a) Oletetaan, että kiihdytyksen alussa elektroni on levossa. Sähkökenttä tekee työtä ja elektronin liike-energia kasvaa ts. $W = \Delta E_k$ ja edelleen

$$qU = \frac{1}{2}mv_0^2.$$

Kiihdytysjännite on

$$U = \frac{mv_0^2}{2q} = \frac{9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (3,376 \cdot 10^7 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \approx 3,2 \text{ kV}.$$

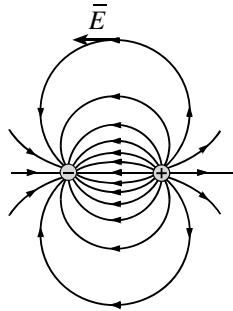
45. a) Varaus kerääntyy johdekappaleessa kärkiin ja särmiin. Sähkökentän voimakkuus niiden lähellä voi tämän vuoksi olla niin suuri, että se ylittää ilman läpilyöntikestävyuden, jolloin tapahtuu varauksen purkautuminen.

b) Kondensaattorin kapasitanssi on $C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{Ed}$, missä Q on

kondensaattorin varaus, E levyjen välisen sähkökentän voimakkuus ja d levyjen välimatka. Eristekappale pienentää siinä tapahtuvan polarisaatioilmiön vuoksi sähkökentän voimakkuutta, joten kondensaattorin kapasitanssi kasvaa.

Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

46. a) Sähkökenttää voidaan havainnollistaa kenttäviivoilla. Kenttäviivojen suunta on sovittu positiivisesta varauksesta pois päin ja negatiivista varaukseen kohti. Suuntaa kuvataan nuolilla. Kenttäviivojen tiheys kuvaa kentän voimakkuutta. Sähkökentän voimakkuuden suunta yksittäisessä pisteessä on sama kuin kenttäviivan tangentin suunta. Kuvassa on esitetty kahden erimerkkisen pistevarauksen muodostama sähkökenttä.

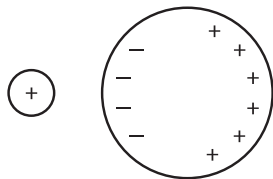


b) Koska pallot ovat sähköisessä vuorovaikutuksessa keskenään, niihin molempiin kohdistuu Newtonin III lain mukaan yhtä suuri voima. Voiman suuruus saadaan Coulombin laista

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = 8,99 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-9} \text{C} \cdot 0,05 \cdot 10^{-9} \text{C}}{(2,5 \text{m})^2} \approx 0,1 \text{nN}.$$

Koska molemmat pallot ovat positiivisesti varautuneita, voima on hylkivä.

c) Kun pieni pallo viedään lähelle isoa palloa, sen positiivisesti varattu pinta vetää puoleensa ison metallipallon vapaita elektroneja. Isossa pallossa tapahtuu sähköinen influenssi, minkä johdosta suuren pallon pinta varautuu pienen pallon puolella negatiivisesti. Koska erimerkkiset varaukset ovat lähempänä toisiaan kuin samanmerkkiset varaukset, Coulombin lain mukaan pallojen välillä on vetovoima.



47. a) Kondensaattori voidaan varata koskettamalla sen levyjä varatulla kappaleella tai kytkemällä kondensaattori paristoon tai jännitelähteeseen. Purkautuminen tapahtuu, kun kondensaattorilevyt yhdistetään toisiinsa johtimella. Jos piirissä on vastuksia, purkautuminen hidastuu. Latausvirtaa voidaan tarkastella tietokonepohjaisen mittausjärjestelmän avulla. Katso sivut 133 ja 134.

b) Kondensaattoria ladattaessa varausten siirtyminen aluksi on nopeampaa ja kondensaattorin napojen välinen jännite kasvaa nopeammin. Ajan myötä jännite vakiintuu. Kondensaattoria purettaessa sähkövirta on aluksi suuri, mutta virta heikkenee nopeasti.

Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

48. Kondensaattorin varaus saadaan fysikaalisena pinta-alana (noin 8,4 ruutua). Kondensaattorin kapasitanssi on

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{8,4 \cdot 10^{-6} \text{ As}}{9,0 \text{ V}} \approx 0,93 \mu\text{F}.$$

49. Kondensaattorien varaukset ovat

$$Q_1 = C_1 U_1 = 5,0 \text{ nF} \cdot 110 \text{ V} = 0,55 \mu\text{C} \text{ ja}$$

$$Q_2 = C_2 U_2 = 9,0 \text{ nF} \cdot 65 \text{ V} = 0,585 \mu\text{C}$$

Koska kondensaattorit kytketään rinnan, systeemin varaus säilyy eli

$$Q = Q_1 + Q_2 = 0,55 \mu\text{C} + 0,585 \mu\text{C} = 1,135 \mu\text{C}.$$

Systeemin napojen välinen jännite on

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{1,135 \mu\text{C}}{14 \text{ nF}} \approx 81 \text{ V}.$$

Siirtyvän varauksen suuruus on

$$\Delta Q = C_1 \Delta U = 5,0 \text{ nF} \cdot (110 \text{ V} - 81,1 \text{ V}) \approx 0,14 \mu\text{C}.$$

Varaus 0,14 μC siirtyy 5,0 nF kondensaattorista.

50. a) Kondensaattorit 2 ja 3 on kytketty rinnan, joten niiden yhteiskapasitanssi on

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 4,10 \mu\text{F} + 2,10 \mu\text{F} = 6,20 \mu\text{F}.$$

Kondensaattorit 1 ja 23 ovat sarjassa, joten systeemin kokonaiskapasitanssi saadaan yhtälöstä

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{8,30 \mu\text{F}} + \frac{1}{6,20 \mu\text{F}}.$$

Kokonaiskapasitanssi on $C \approx 3,5 \mu\text{F}$

b) Kondensaattorisysteemin kokonaisvaraus on

$$Q = C U_{AB} = 3,549 \mu\text{F} \cdot 110 \text{ V} = 390,4 \mu\text{C}.$$

Sarjaan kytkettyjen kondensaattorien varaus on yhtä suuri, joten

$Q_1 = Q_{23} = Q$. Jännite rinnankytkettyjen kondensaattorien 2 ja 3 välillä on

$$U_{23} = \frac{Q_{23}}{C_{23}} = \frac{Q}{C_{23}} = \frac{390,4 \mu\text{C}}{6,20 \mu\text{F}} = 62,97 \text{ V}.$$

Koska kondensaattorit 2 ja 3 on kytketty rinnan, niiden levyjen välinen jännite on yhtä suuri eli $U_2 = U_3 = U_{23} \approx 63 \text{ V}$. Kondensaattorin 2

varaus on $Q_2 = C_2 U_2 = 4,10 \mu\text{F} \cdot 62,97 \text{ V} = 0,26 \text{ mC}$.

Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

51. a) Kondensaattorit 2 ja 3 on kytketty rinnan, joten niiden muodostaman systeemin kapasitanssi on

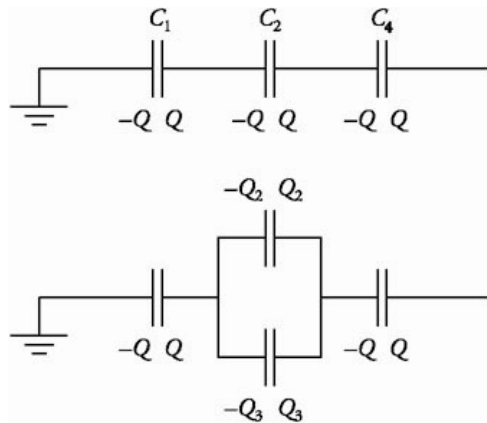
$$C_{23} = C_2 + C_3 = 160 \text{ nF} + 180 \text{ nF} = 340 \text{ nF}.$$

Kondensaattorit 1, 23 ja 4 ovat sarjassa, joten kokonaiskapasitanssi saadaan yhtälöstä

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{120 \text{ nF}} + \frac{1}{340 \text{ nF}} + \frac{1}{140 \text{ nF}}.$$

Kondensaattorisysteemin kapasitanssi on $C \approx 54 \text{ nF}$.

b) Koska kondensaattorit 1, 23 ja 4 ovat sarjassa, niiden kaikkien varaukset ovat yhtä suuret. Maadoituksen vuoksi kondensaattorin 1 vasen levy saa varauksen $-Q$ (ilman maadoitusta tämä levy olisi varaamaton).



Kondensaattorien 2 ja 3 systeemissä varaus Q jakautuu $Q = Q_2 + Q_3$. Rinnankytkettyinä näiden kondensaattorien jännite on sama

$$U_{23} = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q_3}{C_3}.$$

Sijoitetaan tähän tieto $Q_3 = Q - Q_2$, jolloin saadaan yhtälö

$$\frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q - Q_2}{C_3}.$$

Ratkaistaan yhtälöstä kondensaattorin 2 varaus:

$$C_3 Q_2 = C_2 Q - C_2 Q_2$$

$$(C_2 + C_3) Q_2 = C_2 Q.$$

Kondensaattorin 2 varaus on

$$Q_2 = \frac{C_2 Q}{C_2 + C_3} = \frac{160 \text{ nF} \cdot 11 \mu\text{C}}{160 \text{ nF} + 180 \text{ nF}} \approx 5,2 \mu\text{C}.$$

Kondensaattorin 3 varaus on $Q_3 = Q - Q_2 = 11 \mu\text{C} - 5,2 \mu\text{C} \approx 5,8 \mu\text{C}$.

Fysiikka 6
Kertaustehtävien ratkaisut

52. a) Kondensaattorit K_2 ja K_3 on kytketty rinnan, joten kapasitanssi on $C_{23} = C_2 + C_3 = 47 \mu\text{F} + 22 \mu\text{F} = 69 \mu\text{F}$. Koska kondensaattori K_1 on kytketty edellisen yhdistelmän kanssa sarjaan, saadaan

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{120\mu\text{F}} + \frac{1}{69\mu\text{F}},$$

josta systeemin kapasitanssi on $C \approx 44 \mu\text{F}$.

b) Koska piste C on maadoitettu, pisteen C potentiaali on nolla. Pisteen B potentiaali on sama kuin pisteiden B ja C välinen jännite eli $V_B = U_{BC}$. Koska kondensaattorin K_2 läpilyöntijännite on 10 V ($< 16 \text{ V}$ (K_3)), jännite pisteiden B ja C välillä voi olla korkeintaan 10 V . Tällöin kondensaattorin K_1 läpilyöntijännite ei saa olla suurempi kuin $8,0 \text{ V}$, joten on tutkittava, rajoittaako kondensaattorin K_1 jännite pisteiden B ja C välistä jännitettä.

Kapasitanssi on $C = Q/U$, joten kondensaattorin varaus on $Q = CU$.

Jos $V_B = 10 \text{ V}$, rinnankytkettyjen kondensaattorien varaus on

$$Q = 69 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 10 \text{ V} \approx 6,9 \cdot 10^{-4} \text{ C}.$$

Tämä on myös ensimmäisen kondensaattorin varaus. Kondensaattorin K_1 jännitteeksi saadaan

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{6,9 \cdot 10^{-4} \text{ C}}{120 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 5,75 \text{ V} < 8,0 \text{ V}.$$

Koska kondensaattorin K_1 jännite on alle sen läpilyöntijännitteen, pisteen B potentiaali voi olla korkeintaan 10 V .

c) Pisteiden A ja C väliseksi suurimmaksi jännitteeksi saadaan

$$U_{AC,\text{max}} = U_1 + U_{BC,\text{max}} = 5,75 \text{ V} + 10 \text{ V} \approx 16 \text{ V}.$$